SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT TAM DƯƠNG II

(Đề thi có 06 trang)

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 2
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 113**

Câu 1. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(4x-9)>\log_{\frac{1}{3}}(x+10)$

A. 4. **B.** 5. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 2. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có đồ thị là (C). Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là

A. $k=7$. **B.** $k=-9$. **C.** $k=9$. **D.** $k=2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 4. Thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

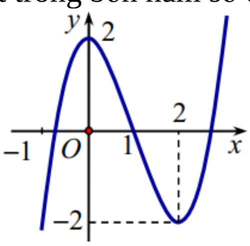
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	0		1		2		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0
y	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\frac{11}{3}$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là :

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x+1}<\frac{1}{32}$ là

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(-2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-3)$ **D.** $(-3;+\infty)$

Câu 8. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng?

A. $a^{\frac{3}{2}}$ **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** a^6.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}(x^2+1)$ là

A. $\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 2023}$. **B.** $\dfrac{2x}{\ln 2023}$. **C.** $\dfrac{2x}{x^2+1}$. **D.** $\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2023}$.

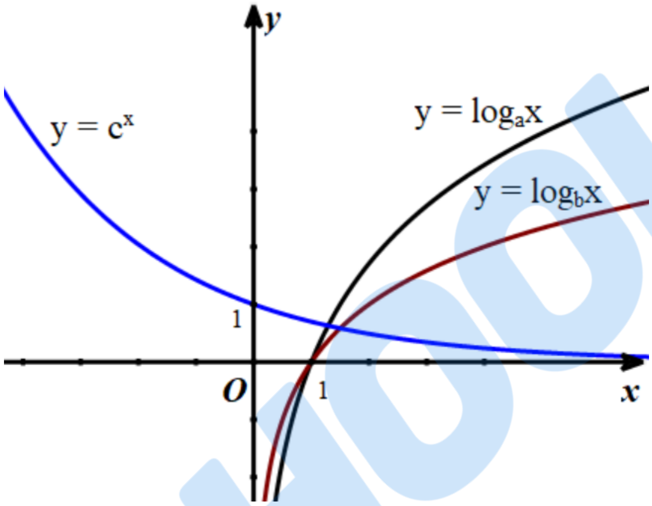
Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	||	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1 || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || 1	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x, y=\log_b x$, $y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $c<b<a$. **B.** $a<b<c$. **C.** $b<a<c$. **D.** $c<a<b$.

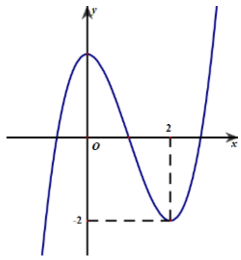
Câu 12. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{7}+2}.a^{2-\sqrt{7}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\left(\sqrt{2}+2\right)}}\left(a>0\right)$ ta được kết quả là

A. $P=a^6$. **B.** $P=a^4$. **C.** $P=a^3$. **D.** $P=a$.

Câu 13. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{0,2}\left[\log_2\left(x^2-5x+3\right)\right]=0$ bằng

A. -5. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 14. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;2\right)$.

Câu 15. Với a là số thực dương tùy ý khác 1, ta có $\log_3\left(a^2\right)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2\log_a 3}$. **B.** $2\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **D.** $2\log_a 3$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm?

A. -2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** -1

Câu 17. Cắt một hình nón bởi mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân cạnh a. Tính diện tích xung quanh của hình nón theo a.

A. $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}\pi}{4}$. **D.** $a^2\sqrt{2}\pi$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

A. $y'=4^x\ln 4$. **B.** $y'=4^x$. **C.** $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. **D.** $y'=x.4^{x-1}$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đều có cạnh bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 21. Tập nghiệm bất phương trình $4^x-3.2^x-4\geq 0$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 22. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

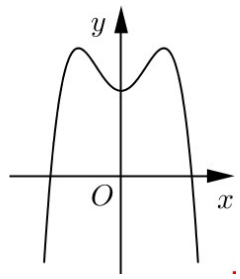
Câu 23. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ một nhóm gồm 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Xác suất để 2 học sinh chọn được gồm cả nam và nữ bằng

A. $\dfrac{2}{15}$. **B.** $\dfrac{8}{15}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{15}$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0\,;\,3]$ bằng

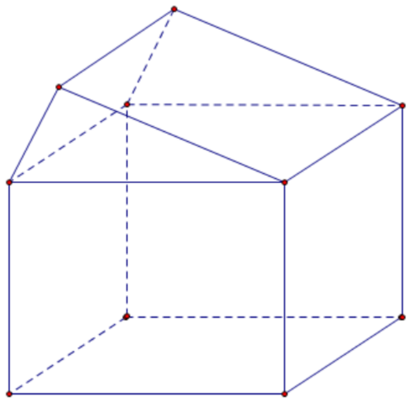
A. -1. **B.** -36. **C.** -37. **D.** -28.

Câu 25. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$

Câu 26. Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



A. 9.
B. 10.
C. 7.
D. 8.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a; SA vuông góc mặt đáy và $SC=2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.
B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.
C. $\frac{a^3}{3}$.
D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x-2)=3$ là:

A. $x=87$.
B. $x=\frac{29}{3}$.
C. $x=\frac{11}{3}$.
D. $x=\frac{25}{3}$.

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ và trục hoành là

A. 3.
B. 0.
C. 2.
D. 1.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng

A. $90°$
B. $60°$
C. $45°$
D. $30°$

Câu 31. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 40 học sinh?

A. A_{40}^3.
B. 3^{40}.
C. 40^3.
D. C_{40}^3.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $\mathrm{d}=3$. Giá trị của u_5 bằng

A. 11.
B. 15
C. 14.
D. 5.

Câu 33. Nghiệm của phương trình $3^{2x}=81$ là

A. $x=2$
B. $x=-4$
C. $x=4$
D. $x=-2$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $ABCD$ bằng

A. 3.
B. $\frac{3}{2}$.
C. $\sqrt{3}$.
D. $3\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

A. $4\pi a^2$.
B. $18\pi a^2$.
C. $16\pi a^2$.
D. $8\pi a^2$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi có góc $BAA'=120^0$, mặt bên $ACC'A'$ là hình chữ nhật. Tính thể tích khối lăng trụ đó.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.
B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
C. $V=2a^3$.
D. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 10. Gọi $M,\ N,\ P$ và Q lần lượt là trọng tâm của các mặt bên $SAB,\ SBC,\ SCD$ và SDA. Thể tích của khối đa diện lồi có đỉnh là các điểm $M,\ N,\ P,\ Q,\ B$ và D là

A. $\frac{25}{3}$.
B. 9.
C. 30.
D. $\frac{50}{9}$.

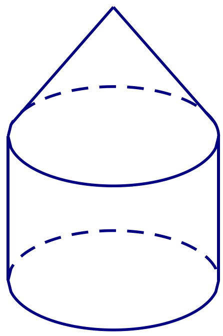
Câu 38. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_{27}a+\log_9 b^2=5$ và $\log_9 a^2+\log_{27}b=7$. Giá trị của ab bằng

A. 3^{18}. **B.** 3^{16}. **C.** 3^{12}. **D.** 3^{9}.

Câu 39. Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2,với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

A. -20. **B.** 12. **C.** -15. **D.** 6.

Câu 40. Một khối đồ chơi gồm một khối trụ và một khối nón có cùng bán kính được chồng lên nhau, độ dài đường sinh khối trụ bằng độ dài đường sinh khối nón và bằng đường kính khối trụ, khối nón (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích toàn bộ khối đồ chơi là $50cm^3$, thể tích khối trụ gần với số nào nhất trong các số sau

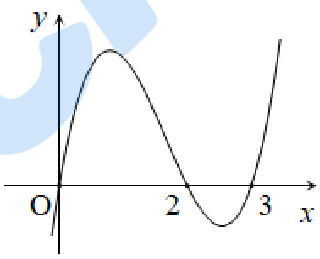


A. $36,5cm^3$. **B.** $38,8cm^3$. **C.** $40,5cm^3$. **D.** $38,2cm^3$.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2024]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4046. **B.** 4043. **C.** 4044. **D.** 4045.

Câu 42. Giả sử $f\left(x\right)$ là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'\left(1-x\right)$ được cho như hình vẽ. Hỏi hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-3\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $\left(-2;-1\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(6;+\infty\right)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** Vô số.

Câu 44. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng $\left(SBC\right)$ tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính diện tích của tam giác SBC.

A. $S_{SBC}=\dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$. **B.** $S_{SBC}=\dfrac{a^2}{3}$. **C.** $S_{SBC}=\dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **D.** $S_{SBC}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{3}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy (ABC) là tam giác vuông tại B và $BA=BC=a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3a$.

Câu 46. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, thể tích bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh SA, mặt phẳng chứa MC song song với BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Thể tích V khối đa diện chứa đỉnh A là

A. $V=\dfrac{2}{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}$. **C.** $V=\dfrac{1}{4}$. **D.** $V=\dfrac{3}{4}$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-3.2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1; x_2 thỏa mãn $x_1+x_2<2$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

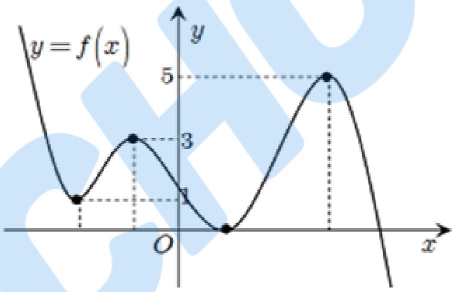
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC=x$ $\left(0<x<a\sqrt{3}\right)$, các cạnh còn lại đều bằng a. Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x=\dfrac{a\sqrt{m}}{n}$ $\left(m,n\in\mathbb{N}^*\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2n^2-3m<15$. **B.** $m+2n=10$. **C.** $m^2-n=30$. **D.** $4m-n^2=-20$.

Câu 49. Cho x,y là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}\left(4x+6y-7\right)\ge 1$. Gọi $M=x^2+y^2-20x+8y$. Hỏi M có thể nhận tối đa bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 85. **B.** 25. **C.** 86. **D.** 5.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{m^3+5m}{\sqrt{f^2(x)+1}}=f^2(x)+6$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt.



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

------ ***HẾT*** ------

Đề\câu	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	A	D	D	C	C	D	A	A	C	C	D	B
2	C	B	D	C	D	A	B	B	B	B	B	B
3	B	B	A	B	A	C	A	B	B	C	C	C
4	A	A	C	D	D	A	D	D	B	C	D	B
5	D	C	D	D	A	C	D	A	B	B	D	A
6	C	C	D	C	A	D	B	A	D	A	C	C
7	C	B	C	C	C	D	B	D	D	C	B	A
8	C	B	B	A	D	D	C	B	B	A	B	B
9	D	B	D	C	D	D	D	B	B	D	B	B
10	D	C	A	B	A	D	B	A	D	B	C	D
11	D	A	D	B	C	A	D	A	D	D	A	C
12	A	D	B	C	C	A	A	D	B	C	A	D
13	C	B	C	C	D	B	B	B	A	B	A	A
14	C	C	B	C	C	D	A	A	D	A	B	B
15	B	A	A	C	D	C	B	C	A	A	B	A
16	D	B	C	D	D	A	B	A	B	D	A	B
17	B	B	A	A	A	B	B	B	B	B	C	B
18	A	B	B	B	A	A	B	D	A	B	A	B
19	A	B	B	D	C	B	C	B	C	B	A	D
20	A	B	A	B	C	B	A	C	D	B	C	B
21	A	C	B	D	D	D	D	B	D	D	C	A
22	C	B	C	C	A	C	C	A	D	D	A	B
23	B	C	B	A	D	A	D	A	A	A	D	C
24	A	B	A	B	A	C	A	B	C	D	A	B
25	B	C	C	C	A	A	C	D	D	A	A	A
26	A	A	C	D	B	B	C	D	C	A	A	D
27	D	B	D	A	D	D	C	C	A	D	C	D
28	B	D	A	A	D	A	A	B	C	D	B	D
29	A	B	A	B	B	D	B	A	C	C	B	B
30	B	A	D	D	B	D	C	A	A	D	A	B
31	D	B	D	D	D	B	B	D	A	B	A	A
32	C	C	D	B	A	D	A	B	D	C	C	A
33	A	A	C	D	A	A	C	B	A	A	B	A
34	A	D	C	D	D	A	B	C	B	A	A	B
35	C	D	D	A	C	B	B	A	D	D	B	A
36	D	B	C	D	B	C	B	C	A	C	B	C
37	D	D	A	D	A	A	A	A	A	A	D	C
38	D	B	C	B	B	A	B	B	C	C	B	C
39	C	B	A	C	B	A	C	C	B	A	A	D
40	B	D	C	C	A	C	B	C	B	D	B	D
41	C	A	A	B	A	D	C	A	C	C	C	B
42	B	C	C	C	B	D	D	D	D	D	C	C
43	A	D	D	C	C	B	D	B	D	D	D	D
44	C	D	C	B	A	A	D	D	A	D	C	B

45	B	A	B	A	D	A	D	B	C	D	A	D
46	A	A	B	D	C	D	A	A	A	C	D	A
47	C	B	A	A	A	A	A	B	C	C	C	C
48	B	A	D	A	A	D	C	C	D	B	D	A
49	A	C	D	B	B	D	B	C	C	C	C	B
50	B	B	D	C	B	D	D	A	A	A	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.A	**2.C**	**3.B**	**4.A**	**5.D**	**6.C**	**7.C**	**8.C**	**9.D**	**10.D**
11.D	**12.A**	**13.C**	**14.C**	**15.B**	**16.D**	**17.B**	**18.A**	**19.A**	**20.A**
21.A	**22.C**	**23.B**	**24.A**	**25.B**	**26.A**	**27.D**	**28.B**	**29.A**	**30.B**
31.D	**32.C**	**33.A**	**34.A**	**35.C**	**36.D**	**37.D**	**38.D**	**39.C**	**40.B**
41.C	**42.B**	**43.A**	**44.C**	**45.B**	**46.A**	**47.C**	**48.B**	**49.A**	**50.B**

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

$\log_{\frac{1}{3}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{3}}(x+10) \Leftrightarrow 4x-9 < x+10$

Chú ý về điều kiện xác định của bất phương trình logarit

Cách giải:

$\log_{\frac{1}{3}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{3}}(x+10)$ Đk: $x > \frac{9}{4}$

$\Leftrightarrow 4x-9 < x+10$

$\Leftrightarrow 3x < 19$

$\Leftrightarrow x < \frac{19}{3}$

Kết hợp với ĐK ta được $\frac{9}{4} < x < \frac{19}{3}$

Mà x nguyên nên $x \in \{3,4,5,6\}$

Vậy có tất cả 4 nghiệm nguyên x của bất phương trình

Chọn A.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

- Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) \Rightarrow f'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến tại $x = x_0$

Cách giải:

$y = x^3 + 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y'(1) = 9$

Chọn C.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Điểm cực trị của hàm số là điểm f'(x) đi qua đổi dấu

Là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x)=0$

Cách giải:

$$f'(x)=x(x-1)^2(x+2)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Do $x=1$ là nghiệm bội chẵn nên không là cực trị của hàm số. Vậy hàm số có tất cả hai cực trị

Chọn B.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Cách giải:

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Chọn A.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Quan sát BBT và nhìn điểm thấp nhất trong đoạn $[0;2]$

Cách giải:

Từ BBT ta thấy hàm số đạt GTNN trong đoạn [0;2] bằng 1

Chọn D.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào hình dáng đồ thị, tính đối xứng, các giao điểm với trục tung, trục hoành và các điểm cực trị để xác định hàm số.

Cách giải:

Đồ thị là hàm bậc ba có hệ số $a>0$ nên loại D.

Đồ thị cắt Oy tại $(0,2)$ nên loại A.

Hàm số có cực trị $x=0, x=2$ nên C thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Đưa về cũng số mũ

Cách giải:

$$2^{2x+1} < \frac{1}{32} \Leftrightarrow 2^{2x+1} < 2^{-5} \Leftrightarrow 2x+1 < -5 \Leftrightarrow x < -3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $(-\infty;-3)$.

Chọn C.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{m}{n}}$ với $a>0$

Cách giải:

$$\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

Chọn C.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a}$$

Cách giải:

$$y = \log_{2023}(x^2+1) \Rightarrow y' = \frac{2x}{(x^2+1).\ln 2023}$$

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

- Bước 1: Tìm các điểm mà tại đó hàm số không xác định.

- Bước 2: Tìm cả 2 giới hạn sau $\lim\limits_{x\to x_0^+} y$ và $\lim\limits_{x\to x_0^-} y$ và kết luận

Cách giải:

Từ BBT ta thấy hàm số có 2TCĐ: $x=-2$ và $x=0$

Hàm số có 1 TCN: $y=0$

Vậy hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận

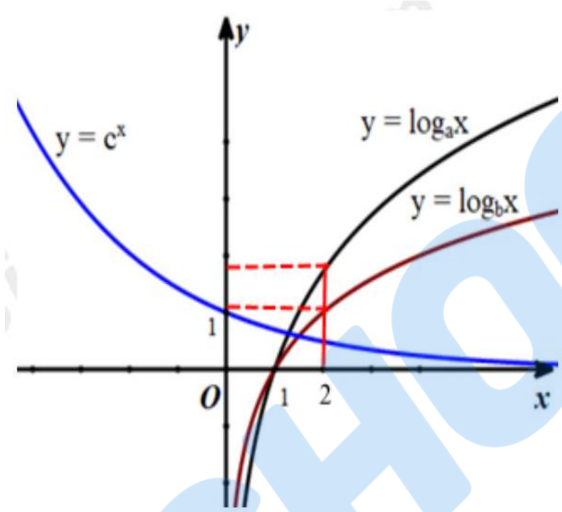
Chọn D.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của đồ thị hàm số

Cách giải:



Do $y=c^x$ nghịch biến và xác định trên $\mathbb{R}$ nên $0<c<1$

Do $y=\log_a x, y=\log_b x$ đồng biến nên $a>1, b>1$

Thay $x=2$ vào $y=\log_a x, y=\log_b x$ ta được $\log_a 2>\log_b 2 \Rightarrow a<b$

Vậy $c<a<b$

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các tính chất củ lũy thừa

Cách giải:

$$P=\frac{a^{\sqrt{7}+2}.a^{2-\sqrt{7}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\left(\sqrt{2}+2\right)}}=\frac{a^{\sqrt{7}+2+2-\sqrt{7}}}{a^{\left(\sqrt{2}-2\right).\left(\sqrt{2}+2\right)}}=\frac{a^4}{a^{-2}}=a^{4-(-2)}=a^6$$

Chọn A.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

Cách giải:

$\log_{0,2}\left[\log_2\left(x^2-5x+3\right)\right]=0$

ĐKXĐ: $\begin{cases}\log_2\left(x^2-5x+3\right)>0\\ x^2-5x+3>0\end{cases} \Leftrightarrow x^2-5x+3>1$

Phương trình tương đương

$\log_2\left(x^2-5x+3\right)=1$

$\Leftrightarrow x^2-5x+3=2$

$\Leftrightarrow x^2-5x+1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=5\\ x=0\end{array}\right.(TM)$

Ta có $5+0=5$ nên tổng các nghiệm của phương trình bằng 5

Chọn C.

Câu 14 (NB):

Phương pháp:

Hàm số đồng biến khi $f'(x)>0$, nghịch biến khi $f'(x)<0$

Cách giải:

Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty,0)$ và $(2,+\infty)$

Chọn C.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng tính chất $\log_a x^m = m\log_a x$

Cách giải:

$\log_3\left(a^2\right)=2\log_3 a$

Chọn B.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

Quan sát BBT và kết luận

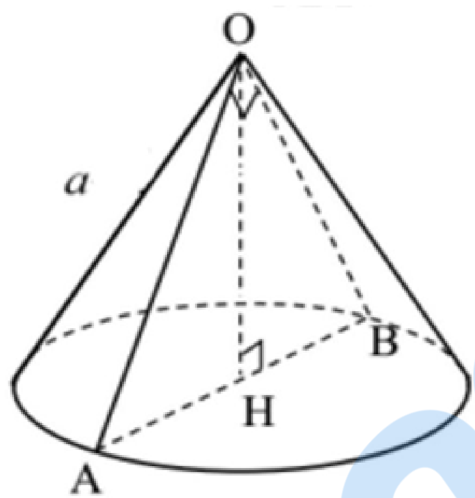
Cách giải:

Từ BBT ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$

Chọn D.

Câu 17 (TH):

Cách giải:



Thiết diện của hình nón qua trục là tam giác OAB vuông cân tại O và $OA = a$.

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông cân OAB ta có:

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Vậy: $l = a, R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{2}}{2}\pi a^2$$

Chọn B.

Câu 18 (NB):

Phương pháp:

Tập xác định hàm x^a

Nếu a nguyên dương thì tập xác định là R

Nếu a nguyên âm thì tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nếu a không nguyên thì tập xác định là $(0, +\infty)$

Cách giải:

$y = \log_3(x-1)$ xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Chọn A.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Đạo hàm của hàm $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$

Cách giải:

$y = 4^x \Rightarrow y' = 4^x \ln 4$

Chọn A.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Lặng trụ đều là lăng trụ đứng

Thể tích khối trụ $V = h.B$

Cách giải:

Thể tích khối trụ $V = h.B = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$

Chọn A.

Câu 21 (TH):

Phương pháp:

Phân tích thành nhân tử và giải bất phương trình

Cách giải:

$4^x - 3.2^x - 4 \geq 0$

$\Leftrightarrow \left(2^x - 4\right)\left(2^x + 1\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow 2^x - 4 \geq 0$

$\Leftrightarrow 2^x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$

Chọn A.

Câu 22 (TH):

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x = -\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{c}$

Cách giải:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình $x = 2$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng tổ hợp

Cách giải:

Chọn 1 nam và 1 nữ ta được $C_4^1.C_6^1 = 24$

Xác suất để 2 học sinh chọn được gồm cả nam và nữ bằng $\dfrac{24}{C_{10}^2} = \dfrac{8}{15}$

Chọn B.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Tính đạo hàm và khảo sát BBT

Cách giải:

$f(x) = x^4 - 12x^2 - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 24x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{6} \end{array} \right.$

x	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$		$3 +\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-37	↗	-1	↘	-37	↗	$+\infty$

Từ BBT ta thấy $y_{\max} = y(0) = -1$

Chọn A.

Câu 25 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào hình dáng đồ thị, tính đối xứng, các giao điểm với trục tung, trục hoành và các điểm cực trị để xác định hàm số.

Cách giải:

Hàm số là hàm bậc 4 trùng phương với $a < 0$ nên chỉ có B thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 26 (NB):

Phương pháp:

Đếm các mặt trên khối đa diện

Cách giải:

Khối đa diện có tất cả 9 mặt

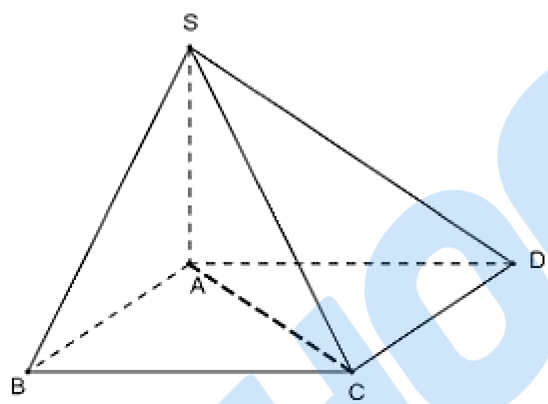
Chọn A.

Câu 27 (TH):

Phương pháp:

Tính thể tích khối chóp: $V_{SABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{\vartriangle ABCD}$.

Cách giải:



Do $\vartriangle SAC$ vuông tại A nên $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{8a^2-2a^2}=\sqrt{6}a$

$V_{SABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{\vartriangle ABCD}=\frac{1}{3}.\sqrt{6}a.a^2=\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$

Chọn D.

Câu 28 (TH):

Phương pháp:

$\log_a x=b\Leftrightarrow x=a^b$

Cách giải:

$\log_3\left(3x-2\right)=3\left(ĐK:x>\frac{3}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 3x-2=3^3$

$\Leftrightarrow x=\frac{29}{3}\left(tm\right)$

Chọn B.

Câu 28 (TH):

Phương pháp:

Tương giao đồ thị hàm số: số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Cách giải:

Xét phương trình $x^3-3x+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên có tất cả 3 giao điểm.

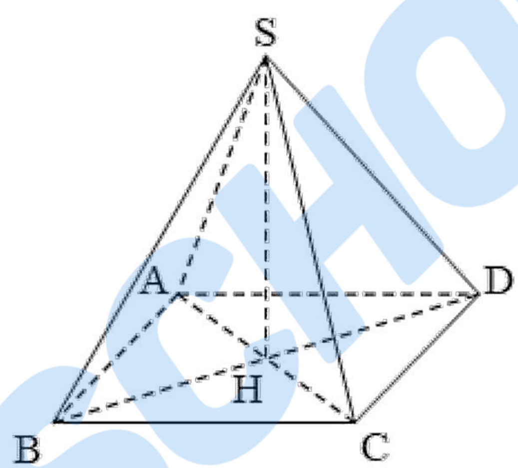
Chọn A.

Câu 30 (TH):

Phương pháp:

Hình chóp tứ giác đều là hình chóp có đáy là hình vuông, chân đường cao từ đỉnh trùng với tâm hình vuông Góc của đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng.

Cách giải:



$(SC, ABCD)=(SC, HC)=\angle SCH$

$\tan SCH=\dfrac{SH}{HC}=\dfrac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow \angle SCH=60^\circ$

Chọn B.

Câu 31 (NB):

Phương pháp:

Công thức tổ hợp

Cách giải:

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 40 học sinh là tổ hợp C_{40}^3

Chọn D.

Câu 32 (TH):

Phương pháp:

Cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$

Cách giải:

Cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4.3 = 14$

Chọn C.

Câu 33 (NB):

Phương pháp:

Đưa về cùng cơ số

Cách giải:

$3^{2x} = 81 \Leftrightarrow 3^{2x} = 3^4 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$

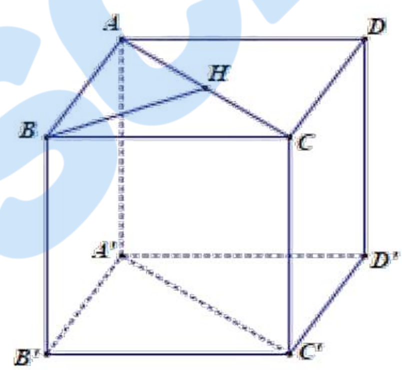
Chọn A.

Câu 34 (NB):

Phương pháp:

$AA' \perp (ABCD) \Rightarrow d(A',(ABCD)) = AA'$

Cách giải:



Vì ABCD . A'B'C'D' là hình lập phương nên $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow d(A',(ABCD)) = AA' = 3$

Chọn A.

Câu 35 (TH):

Phương pháp:

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh$

Cách giải:

Bán kính đáy hình trụ bằng $2a$.

Mặt phẳng đi qua trục cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông

$\Rightarrow$ Chiều cao của hình trụ bằng đường kính đáy $=4a$.

Thế tích khối trụ là: $\pi(2a)^2.4a=16\pi a^3$

Chọn C.

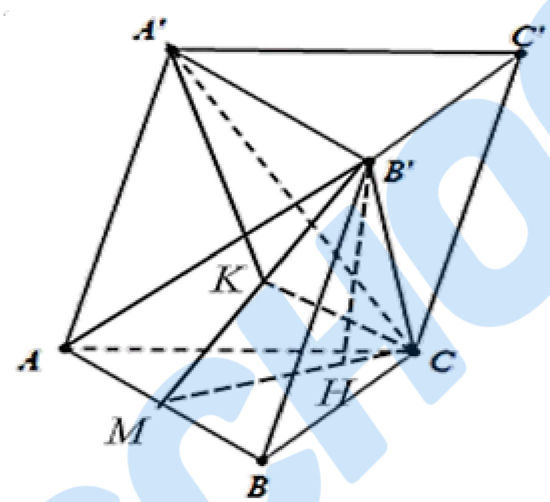
Câu 36 (VD):

Phương pháp:

Xác định đường cao B'H của lăng trụ. Đặt B'H = x

Lập phương trình theo x tìm x từ đó tính thể tích lăng trụ

Cách giải:



Do mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi có góc $\angle BAA'=120^\circ$ nên $\triangle ABB'$ đều

Gọi M là trung điểm của AB $\Rightarrow B'M\perp AB$

$\triangle ABC$ đều nên $CM\perp AB\Rightarrow AB\perp(B'MC)$

Kẻ $B'H\perp MC\Rightarrow B'H\perp(ABC)$

Kẻ $CK\perp B'M\Rightarrow\begin{cases}CK\perp B'M\\CK\perp AB\end{cases}\Rightarrow CK\perp(ABB'A')\Rightarrow CK\perp AK$

Gọi $B'H=x\Rightarrow B'H=CK=x$ (Do $\Delta MCB'$ cân tại M)

$MK=\sqrt{MC^2-CK^2}=\sqrt{\frac{3}{4}a^2-x^2}$

$\Rightarrow B'K=B'M-MK=\frac{\sqrt{3}}{2}a-\sqrt{\frac{3}{4}a^2-x^2}$

Do $\angle A'B'M=\angle AB'M+\angle A'B'A=30^\circ+60^\circ=90^\circ$

$\Rightarrow \triangle A'B'K$ vuông tại B'

$$\Rightarrow A'K^2 = A'B'^2 + B'K^2 = a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a - \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - x^2}\right)^2 = \frac{5a^2}{2} - \sqrt{3}a.\sqrt{\frac{3}{4}a^2 - x^2} - x^2$$

Do $A'C'CA$ là hình chữ nhật mà $AC = AA' = a$ nên $A'C'CA$ là hình vuông

$\Rightarrow A'C' = a\sqrt{2}$

Do $\Delta A'KC$ vuông tại K nên ta có phương trình

$$A'K^2 + KC^2 = A'C^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{5a^2}{2} - \sqrt{3}a.\sqrt{\frac{3}{4}a^2 - x^2} - x^2 + x^2 = (a\sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \sqrt{3}a.\sqrt{\frac{3}{4}a^2 - x^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{2} = \sqrt{3}\sqrt{\frac{3}{4}a^2 - x^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4}a^2 - 3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

$$\Rightarrow V_{ABCA'B'C'} = B'H.S_{ABC} = \frac{\sqrt{6}}{3}a.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$$

Chọn D.

Câu 37 (VD):

Phương pháp:

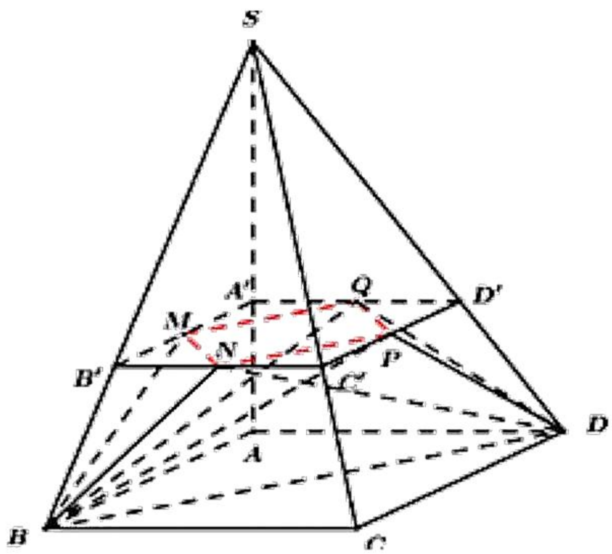
- Xác định thiết diện $A'B'C'D'$ của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNPQ)

- Phân chia khối đa diện:

$$V_{MNQQBD} = V_{A'B'C'D'.ABCD} - V_{B.B'MN} - V_{DD'PQ} - V_{A'MQ.ABD} - V_{C'NP.CBD} = V_{A'B'D'D'.ABCD} - 2V_{B.B'MN} - 2V_{A'MQ.ABD}$$

Cách giải:

Thiết diện của hìn chóp cắt bởi $(MNPQ)$ là tứ giác $A'B'C'D'$ như hình vẽ



Khi đó ta có:

$$V_{MNQQBD} = V_{A'B'C'D'.ABCD} - V_{B.B'MN} - V_{DD'PQ} - V_{A'MQ.ABD} - V_{C'NP.CBD} = V_{A'B'D'D'.ABCD} - 2V_{B.B'MN} - 2V_{A'MQ.ABD}$$

Ta có hình bình hành $A'B'C'D'$ là ABCD đồng dạng theo tỉ số $\frac{2}{3}$

nên $\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{A'B'C'D'} = \frac{4}{9} S_{ABCD}$

Lại có: $d\left(S,\left(A'B'C'D'\right)\right) = \frac{2}{3} d\left(S,\left(ABCD\right)\right)$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} d\left(S,\left(A'B'C'D'\right)\right)}{\frac{1}{3} d\left(S,\left(ABCD\right)\right).S_{ABCD}} = \frac{2}{3}.\frac{4}{9} = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow V_{S.A'B'C'D'} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{A'B'C'D'.ABCD} = \left(1 - \frac{8}{27}\right) V_{S.ABCD} = \frac{19}{27} V_{S.ABCD}$$

Ta có $BS \cap \left(A'B'C'D'\right) = B' \Rightarrow \frac{d\left(B,\left(A'B'C'D'\right)\right)}{d\left(S,\left(A'B'C'D'\right)\right)} = \frac{BB'}{SB'} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow d\left(B,\left(A'B'C'D'\right)\right) = \frac{1}{2} d\left(S,\left(A'B'C'D'\right)\right) = \frac{1}{2}.\frac{2}{3} d(S,(ABCD)) = \frac{1}{3} d(S,(ABCD))$$

Lại có:

$$S_{B'MN} = \frac{1}{4} S_{A'B'C'} = \frac{1}{8} S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{8}.\frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{1}{18} S_{ABCD}$$

$\Rightarrow V_{B.B'MN}=\frac{1}{3}.\frac{1}{18}=\frac{1}{54}V_{S.ABCD}$

+) $S_{CNP}=S_{B'MN}=\frac{1}{18}S_{ABCD},S_{BCD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$

$d\left(\left(A'B'C'D'\right),\left(ABCD\right)\right)=d\left(B,\left(A'B'C'D'\right)\right)=\frac{1}{3}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)$

$\Rightarrow V_{CNP.CBD}=\left(\frac{1}{18}S_{ABCD}+\frac{1}{2}S_{ABCD}+\sqrt{\frac{1}{18}.\frac{1}{2}}S_{ABCD}\right).\frac{1}{3}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)$

$=\frac{13}{54}S_{ABCD}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)=\frac{13}{54}V_{SABCD}$

$\Rightarrow V_{\vartriangle APQBD}=\left(\frac{19}{27}-2.\frac{1}{54}-2.\frac{13}{54}\right)V_{S.ABCD}=\frac{5}{27}V_{S.ABCD}$

Mà $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.9.10=30$

Vậy $V_{\vartriangle APQDBD}=\frac{5}{27}.30=\frac{50}{9}$

Chọn D.

Câu 38 (VD):

Phương pháp:

Cộng hai vế của $\log_{27}a+\log_9 b^2=5$ và $\log_9 a^2+\log_{27}b=7$ và tính ab

Cách giải:

$\begin{cases}\log_{27}a+\log_9 b^2=5\\ \log_9 a^2+\log_{27}b=7\end{cases}$

$\Rightarrow \log_{27}a+\log_9 b^2+\log_9 a^2+\log_{27}b=5+7$

$\Leftrightarrow \log_{27}ab+\log_9 (ab)^2=12$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_3 ab+\frac{2}{2}\log_3 ab=12$

$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\log_3 ab=12\Leftrightarrow \log_3 ab=9\Leftrightarrow ab=3^9$

Chọn D.

Câu 39 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình $y'=0$ tìm các điểm cực trị B,C của đồ thị hàm số và tính diện tích tam giác OBC.

Cách giải:

TXĐ: $D = R$

$$y' = 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = m - 1 \Rightarrow B(0; m-1) \\ x = 1 \Rightarrow y = m - 2 \Rightarrow C(1; m-2) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow S_{OBC} = \frac{1}{2}d(C;OB).OB = \frac{1}{2}.1.|m-1| = 2 \Leftrightarrow |m-1| = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = -3 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow m_1.m_2 = 5.(-3) = -15$$

Chọn C.

Câu 40 (VD):

Phương pháp:

Gọi $a(\text{cm})$ là độ dài đường kính khối trụ. Tính thể tích khối trụ, khối nón theo a, từ đó lập phương trình tổng thể tích bằng 50 cm^3 và tìm a.

Cách giải:

Gọi $a(\text{cm})$ là độ dài đường kính khối trụ, khi đó thể tích khối trụ là:

$$V_T = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{4}(\text{cm}^3).$$

Dễ thấy chiều cao khối nón là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích khối nón là:

$$V_N = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}(\text{cm}^3).$$

Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là:

$$V = V_N + V_T \Leftrightarrow \frac{\pi a^3}{4} + \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24} = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi a^3}{4}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right) = 50 \Leftrightarrow V_T\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right) = 50 \Leftrightarrow V_T = 38,8 \text{ cm}^3$$

Chọn B.

Câu 41 (VD):

Phương pháp:

Ta thấy bậc của tử số luôn nhỏ hơn mẫu nên hàm số luôn có 1 đường TCN y = 0

Để đồ thị hàm số có tất cả 4 đường tiệm cận thì cần có 3 tiệm cận đứng

Phân tích mẫu số thành tử số và tìm 3 nghiệm phân biệt khác 3.

Cách giải:

Ta thấy bậc của tử số luôn nhỏ hơn mẫu nên hàm số luôn có 1 đường TCN y = 0

Để đồ thị hàm số có tất cả 4 đường tiệm cận thì cần có 3 tiệm cận đứng

$\Rightarrow x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 3

$\Leftrightarrow (x-m)\left(x^2-2mx+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2-2mx+1=0 \end{array}\right.$ có 3 nghiệm phân biệt khác 3

$$\Rightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ 3^2-2m.3+1\neq 0 \\ m^2-2m^2+1\neq 0 \\ \Delta'=m^2-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ m\neq \dfrac{5}{3} \\ m\neq \pm 1 \\ \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\in(1,+\infty)\cup(-\infty,-1)\setminus\left\{3,\frac{5}{3}\right\}$$

Do m nguyên và thuộc [-2023; 2024] nên có tất cả 4044 giá trị m thỏa mãn

Chọn C.

Câu 42 (VD):

Phương pháp:

- Tính $g'(x)$

- Giải phương trình $g'(x)=0$

- Lập BXD g'(x)

Cách giải:

Ta có $g'(x)=2xf'\left(x^2-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(x^2-3\right)=0 \end{array}\right.$

Do đó $f'\left(x^2-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3=1 \\ x^2-3=-1 \\ x^2-3=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Lấy $x=3$ ta có $g'(x)=6f'(6)<0$, qua các nghiệm của $g'(x)=0$ thì $g'(x)$ đổi dấu.

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	

Vậy hàm số nghịch biến trên (-1; 0)

Chọn B.

Câu 43 (TH):

Phương pháp:

Tính đạo hàm và tìm điều kiện nghịch biến.

Cách giải:

$y=\frac{x+1}{x+3m}\Rightarrow y'=\frac{3m-1}{(x+3m)^2}$

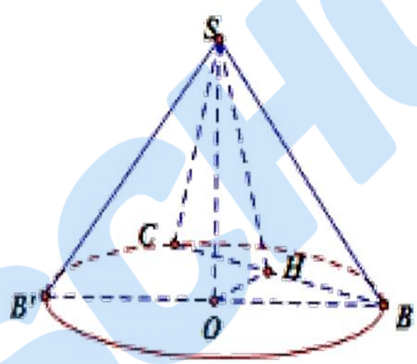
Hàm số nghịch biến trên $(6;+\infty)$ thì $\begin{cases}3m-1<0\\-3m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\frac{1}{3}\\m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<\frac{1}{3}$

Mà m nguyên nên $m\in\{-2,-1,0\}$

Chọn A.

Câu 44 (TH):

Cách giải:



HD: Gọi O là tâm đường tròn đáy.

Do tam giác SBB' cân tại S nên nó vuông cân tại S.

Suy ra $BB'=2r=a\sqrt{2}\Rightarrow r=\frac{a\sqrt{2}}{2};h=SO=\frac{BB'}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Dựng $OH\perp BC$ lại có $SO\perp BC$ nên $(SOH)\perp BC$

Suy ra $\angle SHO=60^\circ\Rightarrow OH\,\tan 60^\circ=SO\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Ta có: $SH=\frac{SO}{\sin 60^\circ}=\frac{a\sqrt{6}}{3};HB=\sqrt{OB^2-OH^2}=\frac{a}{\sqrt{3}}$

Do vậy $S_{SBC}=\frac{1}{2}SH.BC=SH.HB=\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn C.

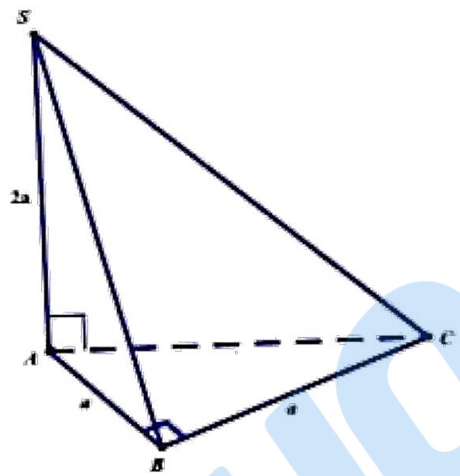
Câu 45 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có một cạnh vuông góc với đáy:

$R=\sqrt{\frac{h^2}{4}+r^2}$ (với h là độ dài đường cao, r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác)

Cách giải:



Ta có $SA=2a$;

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh huyền AC

$\Rightarrow r=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$R=\sqrt{\frac{h^2}{4}+r^2}=\sqrt{\frac{(2a)^2}{4}+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$

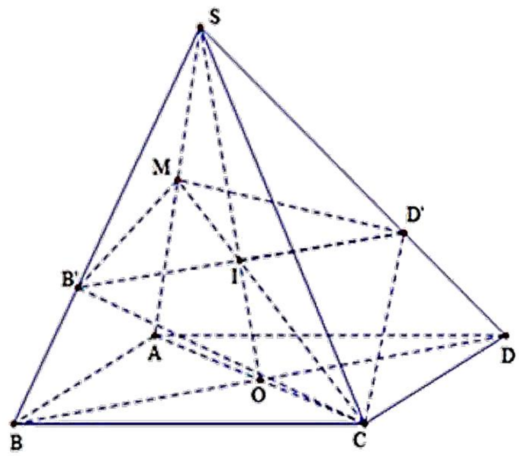
Chọn B.

Câu 46 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tỉ lệ thể tích.

Cách giải:



Gọi $O = AC \cap BD; I = SO \cap CM$.

Trong (SBD) qua I kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB,SD lần lượt tại B′,D′

$\Rightarrow \frac{SB'}{AB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$ (I là trọng tâm tam giác SAC)

$\frac{V_{S.CB'MD'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2.V_{S.CMB'}}{2.V_{S.CAB}} = \frac{SM}{SA'} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow V_{S.CB'MD'} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow V_{CBAD.CB'MD'} = V_{S.ABCD} - V_{S.CB'MD} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Chọn A.

Câu 47 (TH):

Phương pháp:

Đặt ẩn t và đưa về phương trình bậc hai, áp dụng hệ thức Viet

Cách giải:

Pt $\Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 3.2.2^x + m = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 6.2^x + m = 0$ (1)

Đặt $t = 2^x (t > 0)$.

Khi đó: $\left(1\right) \Leftrightarrow t^2 - 6t + m = 0 \left(2\right)$.

Để (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

Thì (2) phải có 2 nghiệm t dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m > 0 \\ 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 9$$

Khi đó (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1 = \log_2 t_1; x_2 = \log_2 t_2$

$\Rightarrow x_1 + x_2 > 2$

$\Leftrightarrow \log_2 t_1 + \log t_2 < 2$

$\Leftrightarrow \log_2 \left(t_1 t_2\right) < 2$

$\Leftrightarrow \log_2 m < 2$

$\Leftrightarrow m < 2^2 \Leftrightarrow m < 4$

Kết hợp điều kiện ta có $0 < m < 4$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Mà m nguyên nên $m \in \{1,2,3\}$

Chọn C.

Câu 48 (VDC):

Phương pháp:

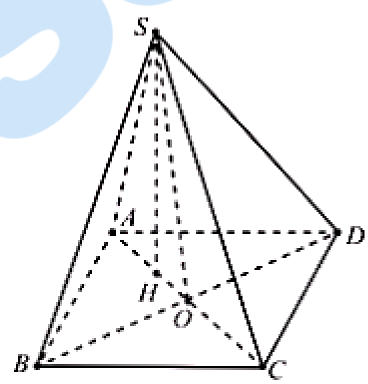
+) Chứng minh hình chiếu vuông của S trên (ABCD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

+) Chứng minh tam giác (SAC) vuông tại S, tính AC.

+) Tính BD.

+) Sử dụng công thức tính thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} SH.\frac{1}{2} AC.BD$

Cách giải:



Vì $SA = SB = SD = a$ nên hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Do tam giác ABD cân tại $A \Rightarrow H \in AC$

Dễ dàng chứng minh được:

$\triangle SBD = \triangle ABD$ (c.c.c) $\Rightarrow SO = AO = \dfrac{AC}{2} \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S (tam giác có trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy)

$\Rightarrow AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC có $SH = \dfrac{SA.SC}{AC} = \dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$

Ta có $OA = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+x^2}$

$\Rightarrow OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2+x^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{3a^2-x^2}}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{3a^2-x^2}$

Do ABCD là hình thoi $\Rightarrow S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AC.BD$

Khi đó ta có: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{6}.\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}\sqrt{a^2+x^2}.\sqrt{3a^2-x^2} = \dfrac{1}{6}ax\sqrt{3a^2-x^2}$

Áp dụng BĐT Cosi ta có: $x\sqrt{3a^2-x^2} \le \dfrac{x^2+3a^2-x^2}{2} = \dfrac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} \le \dfrac{1}{6}a\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{a^3}{4}$

Dấu bằng xảy ra khi $\Leftrightarrow x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\dfrac{3a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{a\sqrt{m}}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + 2n = 10$

Chọn B.

Câu 49 (VDC):

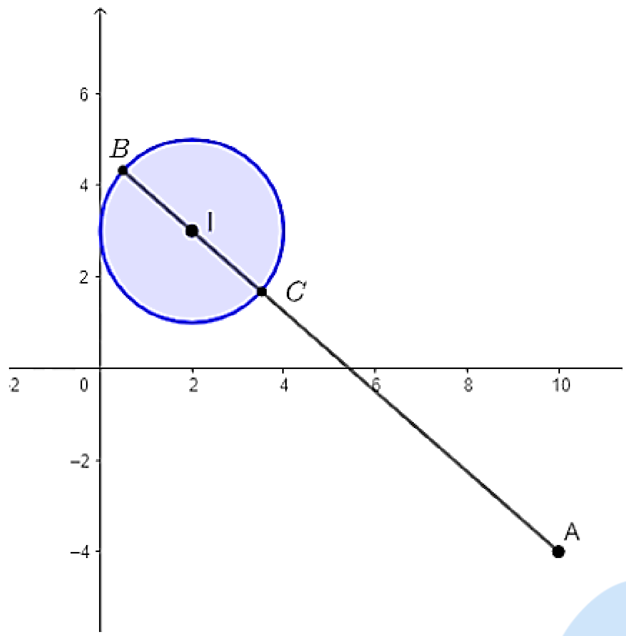
Phương pháp:

Từ $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-7) \ge 1$ suy ra tập hợp (x, y) nằm trong đường tròn

$M = x^2 + y^2 - 20x + 8y = (x-10)^2 + (y+4)^2 - 116 = MA^2 - 116$ với $A(10, -4)$

Từ đó xác định MA max, min và tìm GTLN, GTNN của M

Cách giải:



$\log_{x^2+y^2+2}\left(4x+6y-7\right)\geq 1$

$\Leftrightarrow 4x+6y-7\geq x^2+y^2+2$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2-6y+9\leq 4$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2\leq 4$

Suy ra $M\left(x,y\right)$ nằm trên và phía trong đường tròn tâm $I\left(2,3\right), R=2$

$M=x^2+y^2-20x+8y=(x-10)^2+(y+4)^2-116=MA^2-116$ với $A\left(10,-4\right)$

Gọi B, C là giao điểm của AI với đường tròn $(x-2)^2+(y-3)^2=4$

Khi đó MA lớn nhất khi M trùng B và nhỏ nhất khi M trùng C

Phương trình đường thẳng AI qua $A\left(10,-4\right)$ và $I\left(2,3\right)$ có phương trình $y=\dfrac{-7}{8}x+\dfrac{19}{4}$

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-3)^2=4\\ y=\dfrac{-7}{8}x+\dfrac{19}{4}\end{cases}\Rightarrow (x-2)^2+\left(\dfrac{-7}{8}x+\dfrac{19}{4}-3\right)^2=4$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2+\left(-\dfrac{7}{8}x+\dfrac{7}{4}\right)^2=4$$

$$\Leftrightarrow \dfrac{113}{64}x^2-\dfrac{113}{16}x+\dfrac{49}{16}=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0,49\Rightarrow B\left(0,49;4,32\right)\Rightarrow AB=12,63\\ x=3,5\Rightarrow C\left(3,5;1,69\right)\Rightarrow AC=8,63\end{array}\right.$$

$\Rightarrow 8,63^2-116\leq MA^2-116\leq 12,63^2-116$

$\Leftrightarrow -41,52\leq M\leq 43,51$

$\Rightarrow M \in \{-41, -40, \ldots, 43\}$

Vậy có tất cả 85 giá trị nguyên của M thỏa mãn.

Chọn A.

Phương pháp:

Dùng hàm đặc trưng

Đưa về đồ thị của hàm $|f(x)|$

Cách giải:

$$\frac{m^3+5m}{\sqrt{f^2(x)+1}} = f^2(x)+6$$

$$\Leftrightarrow m^3+5m = \left(f^2(x)+6\right)\sqrt{f^2(x)+1}$$

$$\Leftrightarrow m^3+5m = \left(f^2(x)+1\right)\sqrt{f^2(x)+1}+5\sqrt{f^2(x)+1}$$

$$\Leftrightarrow m^3+5m = \sqrt{\left(f^2(x)+1\right)^3}+5\sqrt{f^2(x)+1}$$

Xét hàm đặc trưng $f(t)=t^3+5t \Rightarrow f'(t)=3t^2+5>0$ nên $f(t)$ luôn đồng biến

$$\Rightarrow f(m) = f\left(\sqrt{f^2(x)+1}\right)$$

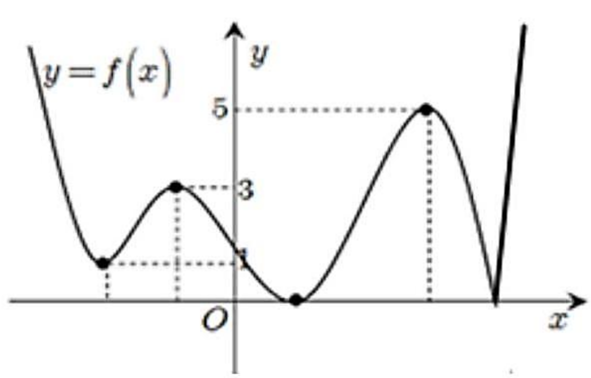
$$\Rightarrow m = \sqrt{f^2(x)+1} (m>0)$$

$$\Rightarrow m^2 = f^2(x)+1$$

$$\Rightarrow f^2(x) = m^2-1$$

$$\Rightarrow |f(x)| = \sqrt{m^2-1}$$

Ta lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới Ox và giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox được đồ thị của hàm $|f(x)|$



Từ đồ thị $\left|f\left(x\right)\right|$ suy ra phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=\sqrt{m^2-1}$ có đúng 4 nghiệm thực khi $\left[\begin{array}{l}0<\sqrt{m^2-1}<1\\3<\sqrt{m^2-1}<5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<m^2<2\\10<m^2<26\end{array}\right.\Rightarrow m\in\left\{4,5\right\}$ (do $m>0$ nên loại các giá trị âm)

Chọn B.