SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO CÀ MAU	KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HSG CẤP TỈNH THPT NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi có 01 trang)*	**Môn: TOÁN** **Ngày thi: 01/10/2023** **Thời gian: 180 phút** (*Không kể thời gian giao đề*)

Câu 1 (2,0 điểm). Giải phương trình: $4|2x+1|\left(x^2+x+1\right)=x^3+3x^2+6x+4$.

Câu 2 (3,0 điểm). Tìm tất cả các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $x^4+(y+2)^3=(x+2)^4$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Với mỗi $n\in\mathbb{N}^*$, xét phương trình: $\ln\left(1+x^2\right)+nx-1=0\ (1)$.

Chứng minh rằng phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

b) Gọi $x_n\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ là nghiệm của phương trình (1). Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n(1-nx_n)}{x_n}$.

Câu 4 (3,0 điểm). Với k là số thực cho trước, tìm tất cả các hàm đơn điệu $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ thỏa mãn:

$$f\left(x+f(y)\right)=k^2y+f(x),\ \text{với mọi } x,y\in\mathbb{R}.$$

Câu 5 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC. Lấy hai điểm E,F nằm bên trong tam giác ABC sao cho đường thẳng AE và AF đối xứng qua đường phân giác trong góc A của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm EF và G,H lần lượt là hai điểm đối xứng với E qua AB,AC.

a) Chứng minh: $\Delta GAF=\Delta HAF$.

b) Gọi M là giao điểm của EG và AB, N là giao điểm của EH và AC; K,L lần lượt là hình chiếu vuông góc của F trên AB và AC.

Chứng minh rằng: Tứ giác $MNKL$ nội tiếp được đường tròn.

c) Gọi T là giao điểm của MN và KL. Chứng minh AT vuông góc EF.

Câu 6 (2,0 điểm). Cho một bảng ô vuông 3×3 (như hình bên). Điền vào mỗi ô một số nguyên khác nhau, thuộc đoạn $[1;9]$. Tính xác suất để mỗi hàng và mỗi cột bất kỳ đều có ít nhất một số chẵn.

Câu 7 (3,0 điểm). Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2=3$.

Chứng minh rằng: $\left(\dfrac{4}{a^2+b^2}+1\right)\left(\dfrac{4}{b^2+c^2}+1\right)\left(\dfrac{4}{c^2+a^2}+1\right)\ge3(a+b+c)^2$.

----- HẾT -----

<u>Ghi chú:</u> Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.