SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
LỚP 12 THPT CẤP TỈNH NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 25/10/2023
Thời gian làm bài: 180 phút, không tính thời gian phát đề
Đề thi gồm 05 câu, 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tìm các giá trị của m để hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m+25)x - m$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

b) Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$, với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \ge 1$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5.

b) Giải phương trình: $(x^2 - x - 1)\sqrt{2x+3} + 5x^2 = 2x^3 + x + 3$.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = \sqrt{7y - 3x + 8} \\ 27x^6 = x^3 + 4y + 2 \end{cases}$.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và đường thẳng Δ có phương trình $x - 2y + 6 = 0$. Điểm C thuộc đường thẳng Δ, điểm $M(6; 4)$ thuộc cạnh BC. Đường tròn đường kính AM cắt đoạn BD tại điểm $N(1; 5)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết rằng đỉnh C có tọa độ nguyên và đỉnh A có hoành độ nhỏ hơn 1.

Câu 4 (3,0 điểm)

a) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính theo a khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^0$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

c) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K là điểm thuộc cạnh CD sao cho $2KD = 3KC$ và I là điểm thuộc đoạn thẳng BK sao cho $IK = 2IB$. Mặt phẳng (α) đi qua I và luôn cắt các tia AB, AC, AD lần lượt tại các điểm M, N, P (khác đỉnh A). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T = 4.\frac{AB^2}{AM^2} + 9.\frac{AC^2}{AN^2} + 16.\frac{AD^2}{AP^2}$$

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho $x, y, z \in [1;4]$ và thỏa mãn $x \ge y$; $x \ge z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{2x+3y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}$$

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: ....; Số báo danh: ....

Chữ kí cán bộ coi thi số 1: .... Chữ kí cán bộ coi thi số 2: ....

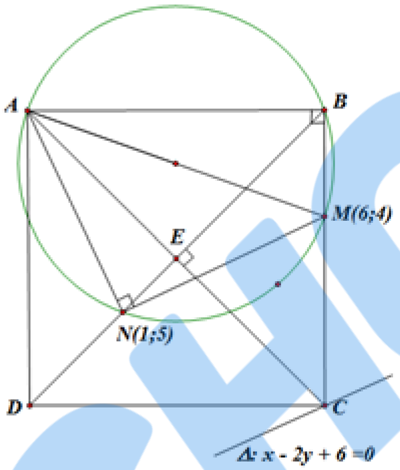
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀOTẠO HẢI DƯƠNG HƯỚNG DẪN CHẤM	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2023 – 2024 Ngày thi: 25/10/2023 Môn thi: TOÁN *(Hướng dẫn chấm gồm có 07 trang)*

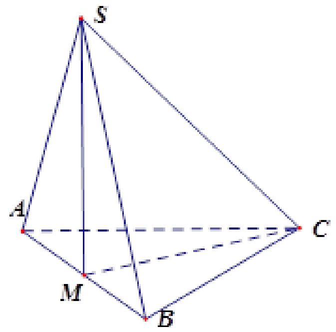
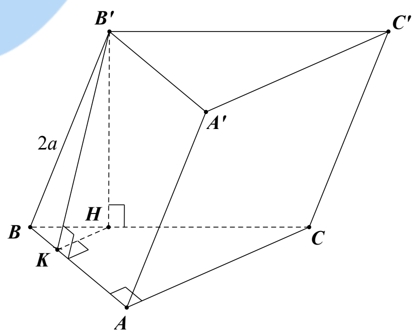
Câu	Đáp án	Điểm
1 **(2,0 đ)**	**a)** Tìm m để hàm số $y = x^4 - 4x^3 + (m+25)x - m$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.	**1,0**
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 12x^2 + m + 25$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in (1;+\infty)$	0,25
	$\Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + m + 25 \ge 0,\ \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow m \ge -4x^3 + 12x^2 - 25,\ \forall x \in (1;+\infty)$. Xét hàm số $f(x) = -4x^3 + 12x^2 - 25$ trên $(1;+\infty)$.	0,25
	$f'(x) = -12x^2 + 24x$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^2 + 24x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên sau:	0,25
	Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m \ge -4x^3 + 12x^2 - 25, \forall x > 1 \Leftrightarrow m \ge -9$.	0,25
	b) Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$, với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $\lvert x_1 - x_2 \rvert \ge 1$.	**1,0**
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 6x^2 - 6mx + m - 1$ $\Delta' = 9m^2 - 6m + 6 > 0,\ \forall m \Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và y' đổi dấu hai lần. Vậy hàm số có 2 điểm cực trị với mọi m.	0,25
	$\lvert x_1 - x_2 \rvert \ge 1 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \ge 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \ge 1$	0,25
	Do $x_1 + x_2 = m;\ x_1x_2 = \dfrac{m-1}{6}$ nên ta có $m^2 - \dfrac{2}{3}(m-1) \ge 1$	0,25
	$\Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -\dfrac{1}{3} \\ m \ge 1 \end{array}\right.$	0,25
	a) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0,1,2,3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 5.	**1,0**
	Mỗi số tự nhiên thuộc tập S có dạng $\overline{abcde}$ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8A_8^4$	0,25

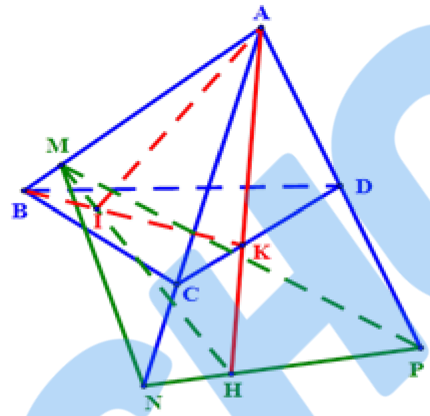
Bảng biến thiên (trong câu 1a):

x	$-\infty$	0	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	[redacted]			$+$	0	$-$	
$f(x)$	[redacted]		-17	$\nearrow$	-9	$\searrow$	$-\infty$

2 **(2,0 đ)**	Gọi A là biến cố chọn được số chia hết cho 5 TH1: Chọn được một số có dạng $\overline{abcd0}$, trường hợp này có A_8^4 cách	0,25
	TH2: Chọn được một số có dạng $\overline{abcd5}$, trường hợp này có $7A_7^3$ cách	0,25
	Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{A_8^4+7.A_7^3}{8A_8^4}\;\left(=\dfrac{5}{512}\right)$.	0,25
	b) Giải phương trình: $\left(x^2-x-1\right)\sqrt{2x+3}+5x^2=2x^3+x+3\quad(1)$	**1,0**
	Điều kiện: $x\ge -\dfrac{3}{2}$ Phương trình tương đương với $\left(x^2-x-1\right)\sqrt{2x+3}=\left(x^2-x-1\right)(2x-3)$	0,25
	$\Leftrightarrow\left(x^2-x-1\right)\left(\sqrt{2x+3}-2x+3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2-x-1=0 & (1a)\\ \sqrt{2x+3}=2x-3 & (1b)\end{array}\right.$	0,25
	$(1a)\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\quad(t/m)$ $(1b)\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{3}{2}\\ 2x+3=(2x-3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{3}{2}\\ 2x^2-7x+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{3}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=3\quad(t/m)$	0,25
	Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\left\{3;\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$	0,25
3 **(2,0 đ)**	**a)** Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+2}+\sqrt{y+2}=\sqrt{7y-3x+8}\\ 27x^6=x^3+4y+2\end{cases}$.	**1,0**
	Điều kiện: $\begin{cases}x\ge -2\\ y\ge -2\\ 7y-3x+8\ge 0\end{cases}$ Do $x=-2$ không là nghiệm của hệ. Suy ra $x>-2$. Biến đổi phương trình thứ nhất: $1+\sqrt{\dfrac{y+2}{x+2}}=\sqrt{7\left(\dfrac{y+2}{x+2}\right)-3}$.	0,25
	Đặt $t=\sqrt{\dfrac{y+2}{x+2}}\;(t\ge 0)$ ta có phương trình $1+\sqrt{t}=\sqrt{7t-3}\Leftrightarrow t=1\Rightarrow y=x$.	0,25
	Thế vào phương trình thứ hai ta được: $27x^6=x^3+4x+2\Leftrightarrow 3x^2=\sqrt[3]{x^3+4x+2}$ $\Leftrightarrow x^3+3x^2+4x+2=x^3+4x+2+\sqrt[3]{x^3+4x+2}$	0,25
	$\Leftrightarrow(x+1)^3+(x+1)=x^3+4x+2+\sqrt[3]{x^3+4x+2}\quad(*)$ Hàm số $f(u)=u^3+u$ có $f'(u)=3u^2+1>0,\ \forall u\in\mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó	0,25

	$(*) \Leftrightarrow f(x+1) = f\left(\sqrt[3]{x^3+4x+2}\right) \Leftrightarrow x+1 = \sqrt[3]{x^3+4x+2} \Leftrightarrow (x+1)^3 = x^3+4x+2$ $\Leftrightarrow 3x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\ (t/m) \Rightarrow y = \dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\ (t/m) \\ x = \dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\ (t/m) \Rightarrow y = \dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\ (t/m) \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của hệ đã cho là $\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}; \dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\right); \left(\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}; \dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)$	
	b) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và đường thẳng Δ có phương trình $x - 2y + 6 = 0$. Điểm C thuộc đường thẳng Δ, điểm $M(6; 4)$ thuộc cạnh BC. Đường tròn đường kính AM cắt đoạn BD tại điểm $N(1; 5)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết rằng đỉnh C có tọa độ nguyên và đỉnh A có hoành độ nhỏ hơn 1.	**1,0**
	 Ta có tam giác AMN vuông tại N và $\widehat{NMA} = \widehat{NBA} = 45^0$ nên tam giác AMN vuông cân tại N.	0,25
	Do đó, ta có phương trình đường thẳng AN là $5x - y = 0$. Gọi $A(t;5t) \in AN$, ta có $AN^2 = MN^2 \Leftrightarrow (t-1)^2 + 25(t-1)^2 = 26$ $\Leftrightarrow (t-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A(2; 10) \\ A(0; 0) \end{array}\right.$. Vì A có hoành độ nhỏ hơn 1 nên $A(0; 0)$.	0,25
	Vì $C \in \Delta: x - 2y + 6 = 0 \Rightarrow C(2c-6; c)$. Gọi E là tâm của hình vuông. Khi đó $E\left(c-3; \dfrac{c}{2}\right)$. Suy ra $\overrightarrow{AC}(2c-6; c)$, $\overrightarrow{NE}\left(c-4; \dfrac{c}{2} - 5\right)$. Ta có: $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{NE} = 0 \Leftrightarrow (2c-6)(c-4) + c\left(\dfrac{c}{2} - 5\right) = 0$ $\Leftrightarrow 5c^2 - 38c + 48 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 6 \\ c = \dfrac{8}{5} \end{array}\right.$ Vì C có tọa độ nguyên nên $C(6; 6)$.	0,25
	$\Rightarrow E(3; 3)$. Do đó $MC: x = 6, NE: x + y - 6 = 0 \Rightarrow B(6;0) \Rightarrow D(0;6)$. Vậy $A(0;0), B(6;0), C(6;6), D(0;6)$.	0,25
4	**a)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$.	**1,0**

(2,0 đ)	Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính theo a khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).	
	 $SM\perp(ABC)\Rightarrow \widehat{SCM}=\widehat{(SC,(ABC))}=60^o$ Tam giác SMC vuông tại M nên: $MC=SC.\cos\widehat{SCM}=a\sqrt{5}$ $SM=SC.\sin\widehat{SCM}=a\sqrt{15}$	0,25
	Đặt $AC=x$, vì tam giác AMC vuông tại A nên $x^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=5a^2\Rightarrow x=2a$; $S_{ABC}=\frac{1}{2}AC^2=2a^2$	0,25
	Thể tích khối $S.ABC$: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SM=\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$ Ta có $AC\perp AB, AC\perp SM\Rightarrow AC\perp SA$ nên tam giác SAC vuông tại A, do đó $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=4a$; $S_{SAC}=\frac{1}{2}SA.AC=4a^2$.	0,25
	Suy ra $d(B,(SAC))=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{SAC}}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$	0,25
	b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^0$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.	**1,0**
	 Ta có $AB=BC.\sin 30^o=a\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$, $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.	0,25
	Kẻ $B'H\perp BC$, $H\in BC$. Ta có $(BCC'B')\perp(ABC)$ nên $B'H\perp(ABC)$. $(ABB'A')\cap(ABC)=AB$	0,25

	Kẻ $HK \perp AB,\ K \in AB$. Ta có $\begin{cases} AB \perp B'H \\ AB \perp HK \end{cases} \Rightarrow B'K \perp AB.$ Do đó góc giữa $(ABB'A')$ và (ABC) bằng góc giữa $B'K$ và HK bằng $\widehat{B'KH} = 45^{\circ}$.	
	Ta có $B'H = HK,\ \ BH = \dfrac{HK}{\sin 60^{\circ}} \Rightarrow BH = \dfrac{2HK}{\sqrt{3}} = \dfrac{2B'H}{\sqrt{3}}$. $BB'^2 = B'H^2 + HB^2 \Rightarrow 4a^2 = B'H^2 + \dfrac{4B'H^2}{3} \Rightarrow B'H = \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$	0,25
	Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = B'H.S_{ABC} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$.	0,25
	c) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K là điểm thuộc cạnh CD sao cho $2KD = 3KC$ và I là điểm thuộc đoạn thẳng BK sao cho $IK = 2IB$. Mặt phẳng (α) đi qua I và luôn cắt các tia AB, AC, AD lần lượt tại các điểm M, N, P (khác đỉnh A). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 4.\dfrac{AB^2}{AM^2} + 9.\dfrac{AC^2}{AN^2} + 16.\dfrac{AD^2}{AP^2}$	**1,0**
	 Lấy điểm M thuộc tia AB, trong $mp(ABK)$: $MI \cap AK = H$ Trong $mp(ACD)$: đường thẳng qua H cắt các tia AC, AD lần lượt tại N và P. Trong tam giác ACD ta có: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AC} + \dfrac{CK}{CD}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \dfrac{CK}{CD}\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right)$ $= \left(1 - \dfrac{CK}{CD}\right)\overrightarrow{AC} + \dfrac{CK}{CD}\overrightarrow{AD} = \dfrac{KD}{CD}.\overrightarrow{AC} + \dfrac{KC}{CD}.\overrightarrow{AD} = \dfrac{3}{5}.\overrightarrow{AC} + \dfrac{2}{5}.\overrightarrow{AD}$	0,25
	Trong tam giác ABK ta có: $\overrightarrow{AI} = \dfrac{IK}{BK}.\overrightarrow{AB} + \dfrac{IB}{BK}.\overrightarrow{AK} = \dfrac{2}{3}.\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}.\overrightarrow{AK}$ $= \dfrac{2}{3}.\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{3}{5}.\overrightarrow{AC} + \dfrac{2}{5}.\overrightarrow{AD}\right) = \dfrac{2}{3}.\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{5}.\overrightarrow{AC} + \dfrac{2}{15}.\overrightarrow{AD}$ $= \dfrac{2}{3}.\dfrac{AB}{AM}.\overrightarrow{AM} + \dfrac{1}{5}.\dfrac{AC}{AN}.\overrightarrow{AN} + \dfrac{2}{15}.\dfrac{AD}{AP}.\overrightarrow{AP}$.	0,25
	$\Rightarrow 15^2 = \left(5.\dfrac{2AB}{AM} + 1.\dfrac{3AC}{AN} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{4AD}{AP}\right)^2 \le \left(25 + 1 + \dfrac{1}{4}\right)\left(4.\dfrac{AB^2}{AM^2} + 9.\dfrac{AC^2}{AN^2} + 16.\dfrac{AD^2}{AP^2}\right)$ $\Rightarrow T = 4.\dfrac{AB^2}{AM^2} + 9.\dfrac{AC^2}{AN^2} + 16.\dfrac{AD^2}{AP^2} \ge \dfrac{60}{7}$	0,25

	Dấu "=" có khi: $\begin{cases} \dfrac{\frac{2AB}{AM}}{5}=\dfrac{\frac{3AC}{AN}}{1}=\dfrac{\frac{4AD}{AP}}{\frac{1}{2}} \\ 10.\dfrac{AB}{AM}+3.\dfrac{AC}{AN}+2.\dfrac{AD}{AP}=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{AM}=\dfrac{10}{7} \\ \dfrac{AC}{AN}=\dfrac{4}{21} \\ \dfrac{AD}{AP}=\dfrac{1}{14} \end{cases}$ Vậy, giá trị nhỏ nhất của biểu thức T bằng $\dfrac{60}{7}$ khi $\begin{cases} \dfrac{AB}{AM}=\dfrac{10}{7} \\ \dfrac{AC}{AN}=\dfrac{4}{21} \\ \dfrac{AD}{AP}=\dfrac{1}{14} \end{cases}$. *(Nếu chỉ đưa ra công thức $\overrightarrow{AK}=\dfrac{KD}{CD}.\overrightarrow{AC}+\dfrac{KC}{CD}.\overrightarrow{AD}$ mà không chứng minh thì trừ 0,25 đ)	0,25
5 **(1,0 đ)**	Cho $x, y, z\in[1;4]$ và thỏa mãn $x\geq y; x\geq z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x}{2x+3y}+\dfrac{y}{y+z}+\dfrac{z}{z+x}$	**1,0**
	Ta có $P=\dfrac{1}{2+3\frac{y}{x}}+\dfrac{1}{1+\frac{z}{y}}+\dfrac{1}{1+\frac{x}{z}}$. Đặt $a=\dfrac{y}{x}; b=\dfrac{z}{y}; c=\dfrac{x}{z}\Rightarrow a\in\left[\dfrac{1}{4};1\right]; c\in[1;4]$; $abc=1$. Khi đó $P=\dfrac{1}{2+3a}+\dfrac{1}{1+b}+\dfrac{1}{1+c}$	0,25
	Vì $a\in\left[\dfrac{1}{4};1\right]$ và $abc=1$ nên $bc\geq 1$. Ta có $\dfrac{1}{1+b}+\dfrac{1}{1+c}\geq\dfrac{2}{1+\sqrt{bc}}\Leftrightarrow\left(\sqrt{bc}-1\right)\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2\geq 0$ (luôn đúng với $bc\geq 1$) Áp dụng bất đẳng thức trên ta có $P\geq\dfrac{1}{2+3a}+\dfrac{2}{1+\sqrt{bc}}=\dfrac{1}{2+3a}+\dfrac{2\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}$ Đặt $t=\sqrt{a}\Rightarrow t\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]$ và $P\geq\dfrac{1}{2+3t^2}+\dfrac{2t}{t+1}=f(t)$	0,25
	$f'(t)=\dfrac{-6t}{\left(2+3t^2\right)^2}+\dfrac{2}{(t+1)^2}=2.\dfrac{9t^4-3t^3+6t^2-3t+4}{\left(2+3t^2\right)^2.(t+1)^2}$ $=2.\dfrac{3t^3(3t-1)+3t(2t-1)+4}{\left(2+3t^2\right)^2.(t+1)^2}>0,\ \forall t\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{1}{2};1\right]$	0,25
	$\Rightarrow f(t)\geq f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{34}{33}$. Dấu "=" xảy ra khi $a=\dfrac{1}{4}; b=c=2\Rightarrow x=4; y=1; z=2$. Vậy $\min P=\dfrac{34}{33}$ khi $x=4; y=1; z=2$.	0,25

Chú ý: Thí sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.