

[Đáp Án] Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 9 Tỉnh Phú Thọ 2012-2013

---

1. a) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$8x^2 - 3xy - 5y = 25.$$

b) Tìm tất cả số nguyên dương  $n$  sao cho  $7 \mid (n4^n + 3^n)$ .

2. a) Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3} - 1}.$$

b) Cho các số thực dương  $a, b, c, x, y, z$  khác 0 thỏa mãn

$$\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c}.$$

Chứng minh rằng

$$\frac{a^2 - bc}{x} = \frac{b^2 - ca}{y} = \frac{c^2 - ab}{z}.$$

3. a) Cho phương trình tham số  $m$  sau

$$x^2 - 6x - m = 0.$$

Tìm  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn

$$x_1^2 - x_2^2 = 12.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$$

4. Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $BD = 2R$ , dây cung  $AC$  của đường tròn  $(O)$  thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt  $BD$  tại  $H$ . Gọi  $P, Q, R, S$  lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ  $H$  xuống  $AB, AD, CD, CB$ . Chứng minh rằng
- $HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$  không đổi.
  - $PQRS$  là tứ giác nội tiếp.
5. Cho hình vuông  $ABCD$  và  $MNPQ$  có bốn đỉnh  $M, N, P, Q$  lần lượt thuộc các cạnh  $AB, BC, CD, DA$  của hình vuông. Chứng minh rằng

$$S_{ABCD} \leq AC \frac{MN + NP + PQ + QM}{4}.$$

6. Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b} \leq \frac{a+b+c}{6}.$$