

Bài 1 (3 điểm)

Cho biểu thức : $Q = \left(\frac{1}{x+1} + \frac{6x+3}{x^3+1} - \frac{2}{x^2-x+1} \right) : (x+2)$

a. Tìm điều kiện xác định của Q, rút gọn Q

b. Tìm x khi $Q = \frac{1}{3}$

c. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức Q.

Bài 2 (4 điểm).

a/ Tìm giá trị của m để cho phương trình: $6x - 5m = 3 + 3mx$ có nghiệm gấp 3 lần nghiệm của phương trình: $(x-1)(x+1) - (x+2)^2 = 3$.

b/ Giải phương trình: $(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 3) = 192$

Bài 3 (3 điểm)

a/ Cho $\frac{x}{x^2+x+1} = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của $A = \frac{x^2}{x^4+x^2+1}$

b/ Cho a, b là bình phương của 2 số nguyên lẻ liên tiếp. Chứng minh: $ab - a - b + 1 : 48$

Bài 4 (6 điểm) Một mảnh đất hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AB = BC = AD = a$, $CD = 2a$.

a/ Tính các góc của hình thang ABCD.

b/ Tính diện tích của hình thang ABCD theo a.

c/ Hãy chia mảnh đất ABCD thành 4 mảnh đất hình thang giống hệt nhau (bằng nhau)

Bài 5 (2 điểm) Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy D, trên cạnh AC lấy E sao cho

$AD = \frac{1}{4}AB$, $CE = \frac{1}{3}AC$; CD và BE cắt nhau tại I. Tính các tỷ số $\frac{BI}{IE}$; $\frac{CI}{ID}$.

Bài 6 (2 điểm)

1/ Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $x > y > 0$ và $x^3 + 7y = y^3 + 7x$

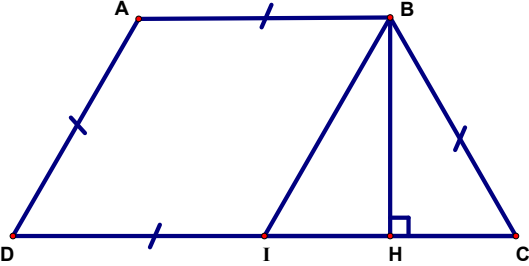
2/ Giải phương trình : $(8x - 4x^2 - 1)(x^2 + 2x + 1) = 4(x^2 + x + 1)$

Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

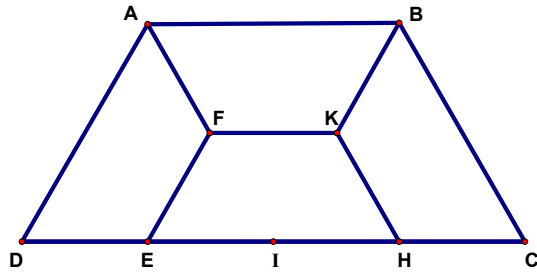
Họ tên, chữ kí của cán bộ coi

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1 (3đ)	a 2đ	ĐK: $x \neq -1; x \neq -2$. $Q = \frac{x^2 - x + 1 + 6x + 3 - 2x - 2}{x^3 + 1} \cdot \frac{1}{x + 2}$ $= \frac{(x + 2)(x + 1)}{(x + 1)(x + 2)(x^2 - x + 1)} = \frac{1}{x^2 - x + 1}$	0,5 1,5
	b 0.5đ	$\frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 3$ $\Leftrightarrow (x + 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(KTM) \\ x = 2(TM) \end{cases}$	0,25
		So sánh với điều kiện suy ra $x = 2$ thì $Q = \frac{1}{3}$	0,25
	c 0.5	$Q = \frac{1}{x^2 - x + 1};$ Vì $1 > 0; x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0$ với mọi x Q đạt GTLN $\Leftrightarrow x^2 - x + 1$ đạt $GTNN \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(tm)$. Lúc đó $Q = \frac{4}{3}$ Vậy GTLN của Q là $\frac{4}{3}$ khi $x = \frac{1}{2}$	0,25 0,25
2 (4đ)	a 2đ	Giải phương trình: $(x - 1)(x + 1) - (x + 2)^2 = 3$. $\Leftrightarrow x^2 - 1 - (x^2 + 4x + 4) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 - x^2 - 4x - 4 = 3$ $\Leftrightarrow -4x - 5 = 3 \Leftrightarrow -4x = 8 \Leftrightarrow x = -2$ Như vậy phương trình: $6x - 5m = 3 + 3mx$ có nghiệm $x = 3 \cdot (-2) = -6$ Thay $x = -6$ vào phương trình: $6x - 5m = 3 + 3mx$ ta có $6 \cdot (-6) - 5m = 3 + 3 \cdot (-6)m \Leftrightarrow -36 - 5m = 3 - 18m \Leftrightarrow 13m = 39$ $\Leftrightarrow m = 3$ Vậy $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu.	0,75 0,25 0,75 0,25

	<p>b/ Giải phương trình: $(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 3) = 192$ (1)</p> <p>Ta có: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ và $x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$</p> <p>Nên (1) $\Leftrightarrow (x - 1)(x + 1)(x + 1)(x + 3) = 192$</p> $\Leftrightarrow [(x - 1)(x + 3)][(x + 1)(x + 1)] = 192$ $\Leftrightarrow (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 1) = 192$ <p>Đặt $y = x^2 + 2x - 1$ ($y = (x + 1)^2 - 2 \geq -2$)</p> $\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = y - 2 \text{ và } x^2 + 2x + 1 = y + 2$ $(1) \Leftrightarrow (y - 2)(y + 2) = 192 \Leftrightarrow y^2 - 4 = 192 \Leftrightarrow y^2 = 196$ $\Leftrightarrow y = 14 \text{ (do } y \geq -2)$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 14 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 3)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 3; x = -5$ <p>Vậy: Phương trình có 2 nghiệm $x = 3; x = -5$</p>	<p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p>
<p>3 3đ</p>	<p>Cho $\frac{x}{x^2 + x + 1} = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của $A = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$</p> <p>Cách 1:</p> $\frac{x}{x^2 + x + 1} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x} = -\frac{3}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} + 1 = -\frac{3}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2}$ $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ <p>nên $A = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{x}{x^2 - x + 1} \cdot \frac{x}{x^2 + x + 1}$</p> $\Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{x^2 - x + 1}{x} \cdot \frac{x^2 + x + 1}{x} = (x + \frac{1}{x} - 1)(x + \frac{1}{x} + 1)$ $\Rightarrow \frac{1}{A} = (-\frac{5}{2} - 1)(-\frac{5}{2} + 1) = \frac{-7}{2} \cdot \frac{-3}{2} = \frac{21}{4}$ <p>Vậy: $A = \frac{4}{21}$</p> <p>Cách 2: Giải phương trình $\frac{x}{x^2 + x + 1} = -\frac{2}{3}$ được nghiệm</p> $x = -\frac{1}{2}; x = -2$ <p>Chia 2 trường hợp và đưa ra KQ $A = \frac{4}{21}$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>1</p>
<p>b 1.5 đ</p>	<p>Cho a, b là bình phương của 2 số nguyên lẻ liên tiếp.</p> <p>Chứng minh: $ab - a - b + 1 : 48$</p>	

	<p>Đặt $a = (2n - 1)^2$ và $b = (2n + 1)^2$</p> <p>Ta có $M = ab - a - b + 1 = (a - 1)(b - 1)$</p> $= [(2n - 1)^2 - 1][(2n + 1)^2 - 1] = (2n - 2)2n \cdot 2n(2n + 2)$ $= 16n^2(n - 1)(n + 1)$ $\Rightarrow M : 16$ <p>Ta thấy: $n(n - 1)(n + 1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên</p> $n(n - 1)(n + 1) : 3$ <p>Mà $(16, 3) = 1 \Rightarrow M : 16 \cdot 3 \Rightarrow M : 48$</p>	0.75
	<p>Ta thấy: $n(n - 1)(n + 1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên</p> $n(n - 1)(n + 1) : 3$ <p>Mà $(16, 3) = 1 \Rightarrow M : 16 \cdot 3 \Rightarrow M : 48$</p>	0.25
	<p>Mà $(16, 3) = 1 \Rightarrow M : 16 \cdot 3 \Rightarrow M : 48$</p>	0.5
4 6đ	<p>Một mảnh đất hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AB = BC = AD = a$, $CD = 2a$.</p> <p>Tính các góc của hình thang ABCD.</p> 	0.5
	<p>Gọi I là trung điểm của CD $\Rightarrow AB = DI = IC = a$ và $AB \parallel DI$</p> $\Rightarrow ABID \text{ là hình bình hành } \Rightarrow AD = BI = a \Rightarrow BCI \text{ là tam giác đều}$ $\Rightarrow \widehat{BCD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} = 60^\circ; \widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 120^\circ$	0.5
	<p>Tính diện tích của hình thang ABCD theo a.</p> <p>Kẻ đường cao BH của hình thang ABCD (đường cao của tam giác đều BCI)</p> <p>Ta có: $CH = \frac{1}{2}CI = \frac{a}{2} \Rightarrow BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$</p> $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD)BH}{2} = \frac{(a + 2a) \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$	0.5
	<p>Hãy chia mảnh đất ABCD thành 4 mảnh đất hình thang giống hệt nhau (bằng nhau)</p> <p>E, F, K, H là lần lượt là trung điểm của các đoạn ID, AI, BI, IC.</p> <p>Chi hình thang ABCD như hình vẽ, ta được các hình thang AFED,</p>	1

ABKF, BCHK, EFKH giống nhau

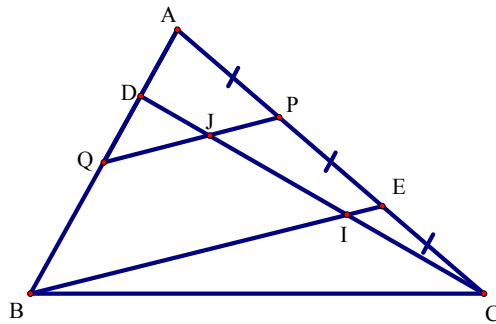


Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy D, trên cạnh AC lấy E sao cho

$AD = \frac{1}{4}AB$, $CE = \frac{1}{3}AC$; CD và BE cắt nhau tại I. Tính các tỷ số

$\frac{BI}{IE}$; $\frac{CI}{ID}$.

Cách 1: Dùng định lý Ta - lét



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AE, AB. PQ cắt CD tại J

Ta có: $PA \parallel BE$; $BQ = QA = 2QD$ và $AP = PE = EC$

Nên: EI là đường trung bình của $\Delta CPJ \Rightarrow JP = 2IE$; $JI = IC$

Và $BD = 3 DQ \Rightarrow BI = 3QJ$; $JI = 2DJ$

$JI = IC = 2DJ \Rightarrow \frac{CI}{ID} = \frac{2}{3}$

Đặt $IE = x \Rightarrow JP = 2IE = 2x$; $QJ = y \Rightarrow BI = 3QJ = 3y$

Ta có PQ là đường trung bình của ΔABE nên $BE = 2PQ$

$\Rightarrow BE = 2PQ$ hay $BI + IE = 2(QJ + JP)$

$\Rightarrow 3y + x = 2(y + 2x) \Rightarrow 3y + x = 2y + 4x$ hay $y = 3x$

$\Rightarrow BI = 9x \Rightarrow BI = 9IE \Rightarrow \frac{BI}{IE} = 9$. Vậy: $\frac{BI}{IE} = 9$; $\frac{CI}{ID} = \frac{2}{3}$

Cách 2: Phương pháp diện tích

5
2đ

0.25

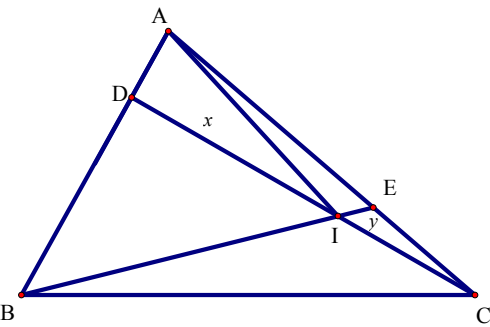
0.25

0.5

0.25

0.25

0.5

		 <p>Đặt $S_{IAD} = x$; $S_{IEC} = y$; $S_{ABC} = S$</p> <p>Vì $AB = 4AD \Rightarrow S_{ABI} = 4S_{IAD} = 4x$; $AC = 3EC \Rightarrow S_{AIC} = 3S_{IEC} = 3y$</p> <p>Ta có: $S_{ABI} + S_{AIE} = S_{ABE} = \frac{2}{3}S \Rightarrow 4x + 2y = \frac{2}{3}S$ hay: $2x + y = \frac{S}{3}$ (1)</p> <p>và $S_{AIC} + S_{AID} = S_{ACD} = \frac{1}{4}S \Rightarrow x + 3y = \frac{S}{4} \Rightarrow 2x + 6y = \frac{S}{2}$ (2)</p> <p>Từ (1)&(2) $\Rightarrow 5y = \frac{S}{2} - \frac{S}{3} = \frac{S}{6} \Rightarrow y = \frac{S}{30}$</p> <p>$\Rightarrow x = \frac{S}{4} - 3y = \frac{S}{4} - \frac{S}{10} = \frac{3S}{20}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{BI}{IE} = \frac{S_{ABI}}{S_{AIE}} = \frac{4 \cdot \frac{3S}{20}}{\frac{S}{15}} = \frac{3S}{5} \cdot \frac{15}{S} = 9$ và $\frac{CI}{ID} = \frac{S_{AIC}}{S_{AID}} = \frac{3y}{x} = \frac{S}{10} \cdot \frac{3S}{20} = \frac{2}{3}$</p> <p>Vậy: $\frac{BI}{IE} = 9$; $\frac{CI}{ID} = \frac{2}{3}$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p>
6 2đ	1 1đ	<p>Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $x > y > 0$ và</p> $x^3 + 7y = y^3 + 7x$ $PT \Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 7(x - y)$ $\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 7) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + xy + y^2 - 7 = 0 \text{ (Vì } x > y \text{)}$ $\Leftrightarrow (x - y)^2 = 7 - 3xy \geq 0 \Rightarrow xy \leq 2$ <p>Vì $x > y > 0$ nên $xy = 2$, do đó $x = 2; y = 1$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
	2 1đ	<p>Giải phương trình : $(8x - 4x^2 - 1)(x^2 + 2x + 1) = 4(x^2 + x + 1)$</p> $PT \Leftrightarrow \frac{8x - 4x^2 - 1}{4} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$	0.25

	$\text{Xét VT} = \frac{8x - 4x^2 - 1}{4} = \frac{3 - (4x^2 - 8x + 4)}{4} = \frac{3}{4} - (x-1)^2$	
	$\text{Vì } (x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{VT} \leq \frac{3}{4} \text{ (dấu bằng xảy ra khi } x = 1) \text{ (1)}$	0.25
	$\text{VP} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{\frac{3}{4}(x^2 + 2x + 1) + (\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4})}{x^2 + 2x + 1} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$	
	$\text{Vì } \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} \geq 0 \Rightarrow \text{VP} \geq \frac{3}{4} \text{ (dấu bằng xảy ra khi } x = 1) \text{ (2)}$	0.25
	$\text{Từ (1)\&(2) suy ra: } PT \Leftrightarrow VT = VP = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 1$	0.25
	$\text{Vậy: Phương trình có nghiệm duy nhất } x = 1$	

Ghi chú: Học sinh làm cách khác đúng chấm điểm tương đương.