

Câu 1 (4,0 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{a^2 + a}{a^2 - 2a + 1} : \left(\frac{a+1}{a} + \frac{1}{a-1} + \frac{2-a^2}{a^2-a} \right)$

a) Rút gọn P;

b) Tìm a để $P = \frac{-1}{2}$;

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi $a > 1$.

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\left(\frac{x+3}{x-2} \right)^2 + 6 \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^2 = \frac{7(x^2-9)}{x^2-4}$;

b) Tìm các số nguyên x; y thỏa mãn: $x^2 + y^2 + 5x^2y^2 + 60 = 37xy$.

Câu 3 (3,0 điểm)

a) Cho ba số x, y, z khác 0, thỏa mãn:
$$\begin{cases} x+y+z=2015 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2015} \end{cases}$$

Chứng minh rằng trong ba số x, y, z tồn tại hai số đối nhau.

b) Cho đa thức f(x). Biết dư trong các phép chia f(x) cho x - 1 và x + 1 lần lượt là 1 và 3. Hãy tìm dư trong phép chia f(x) cho $x^2 - 1$.

Câu 4 (7,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho AE = AF. Vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại hai điểm M, N.

a) Chứng minh rằng tứ giác AEMD là hình chữ nhật.

b) Biết diện tích tam giác BCH gấp bốn lần diện tích tam giác AEH. Chứng minh rằng: $AC = 2EF$.

c) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$.

Câu 5 (2,0 điểm).

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện: $a + b + c + ab + bc + ca = 6$.

Chứng minh: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị số 1: Giám thị số 2: