

Số báo danh

.....

Câu I: (4,0 điểm).

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{2x^3 + x^2 - x}{x^3 - 1} - \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} \right) \cdot \frac{x^2 - 1}{2x^2 + x - 1} + \frac{x}{2x - 1}$, với $x \neq \pm 1$ và $x \neq \frac{1}{2}$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Chứng minh $A < 1$.
3. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Câu II: (4,0 điểm).

1. Giải phương trình: $(x+1)(x+4)(x-2)^2 = 10x^2$.

2. Giải bất phương trình: $x - 2 \leq \frac{2x - 5}{x + 2}$.

3. Một ca nô chạy xuôi từ bến A đến bến B hết 2 giờ 30 phút và chạy ngược từ bến B về bến A hết 3 giờ 15 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến sông A và B, biết một đám bèo thả trôi trên sông (không bị vật cản), trôi được 600m sau 12 phút.

Câu III: (4,0 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $2x^2 - xy + 9x - 3y + 4 = 0$.

2. Cho hai số nguyên m, n thỏa mãn: $m^2 + n^2 - 2(m+n) + 1 = 2mn$. Chứng minh rằng tích mn chia hết cho 4.

Câu IV: (6,0 điểm).

Cho đoạn thẳng AB và một điểm M bất kì trên đoạn thẳng đó (M khác A, B). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB, dựng hai hình vuông AMCD và BMEF có tâm đối xứng lần lượt là hai điểm O và I. Gọi N là giao điểm của AE và BC, P là giao điểm của AC và BE.

1. Chứng minh BN vuông góc với AE và tam giác ONI là tam giác vuông.
2. Gọi K là giao điểm của AC và MN. Chứng minh NC là đường phân giác trong của tam giác NKP và $AP \cdot CK = AK \cdot CP$.
3. Xác định vị trí của điểm M trên đoạn thẳng AB sao cho đoạn thẳng MN có độ dài lớn nhất.

Câu V: (2,0 điểm).

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a, b, c < 1$ và $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh: $a + b + c \geq \sqrt{3}$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{a^2(1-b)}{b} + \frac{b^2(1-c)}{c} + \frac{c^2(1-a)}{a}$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: