

Bài 1 (3,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.
- Tìm x để $|A| = A$.

Bài 2 (1,0 điểm).

Tìm giá trị của m để cho phương trình $6x - 5m = 3 + 3mx$ có nghiệm số gấp ba nghiệm số của phương trình: $(x+1)(x-1) - (x+2)^2 = 3$.

Bài 3 (2,0 điểm).

a) Chứng minh rằng: $A = \left[n^3(n^2 - 7)^2 - 36n \right] : 7, \forall n \in \mathbb{Z}$.

b) Cho $P = n^4 + 4$. Tìm tất cả các số tự nhiên n để P là số nguyên tố.

Bài 4 (4,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

a) Tính tổng $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'}$

b) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM, IN thứ tự là phân giác của \widehat{AIC} và \widehat{AIB} . Chứng minh rằng: $AN \cdot BI \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$

c) Chứng minh: $\frac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$.

----- Hết -----

Giám thị không giải thích gì thêm.