UBND HUYỆN YÊN MÔ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
Năm học 2022 – 2023
MÔN: TOÁN 6
(Thời gian làm bài 120 phút)
Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang.

Câu 1: (5,0 điểm)

1. Tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = 3^{2023}.4^2 - 3^{2023}.2^4 + 2023$

b) $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + ... + \frac{1}{64.69}$

c) $Q = \left\{20 - \left[\left(700 + 2.10^2\right) : 30\right]\right\} : 5$

2. Tìm số tự nhiên x, biết:

a) $2.3^x - 2.9^2 = 4.3^4$

b) x + (x + 1) + (x + 2) + ...+ (x + 99) = 5450.

Câu 2: (5,0 điểm)

1. Chứng tỏ rằng $M = 75.\left(4^{2021} + 4^{2020} + ... + 4^2 + 4 + 1\right) + 25$ chia hết cho 100.

2. Tìm các số tự nhiên x, y, z nhỏ nhất khác không sao cho $18x = 24y = 36z$.

3. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì phân số $\frac{5n+3}{3n+2}$ là phân số tối giản.

Câu 3: (2,5 điểm)

1. Bình gieo hai con xúc xắc cùng lúc 50 lần. Ở mỗi lần gieo, Bình cộng số chấm xuất hiện ở hai con xúc xắc và ghi lại kết quả như bảng sau:

Tổng số chấm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lần	2	5	4	7	8	7	5	4	3	3	2

Tính xác suất thực nghiệm số lần xuất hiện tổng số chấm ở hai con xúc xắc lớn hơn 6.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x(y-1) + y = 2$.

Câu 4: (6,0 điểm)

1. Cho đoạn thẳng *AB* = 8cm. Lấy điểm *C* nằm giữa hai điểm *A* và *B* sao cho *BC* = 4,5 cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b) Giả sử trên đoạn thẳng AB vẽ thêm 2020 điểm phân biệt không trùng với các điểm A,B,C. Hỏi khi đó trên hình có tất cả bao nhiêu đoạn thẳng phân biệt?

2. Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là 132*m*. Nếu giảm chiều rộng đi 5*m* và tăng chiều dài lên 5*m* thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 30% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{11}{30}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu mét vuông?

Câu 5: (1,5 điểm).

Cho biểu thức $C = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + ... + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$. So sánh C với $\frac{3}{16}$.

..... Hết .....

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

UBND HUYỆN YÊN MÔ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
KSCL HỌC SINH GIỎI
Môn: Toán 6
Năm học 2022 - 2023
(HDC gồm 05 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5.0 điểm)	**1. (3,0 điểm)**	
	1 (1,0 điểm). $A = 3^{2023}.4^2 - 3^{2023}.2^4 + 2023 = 3^{2023}(4^2 - 2^4) + 2023$	
	$= 3^{2023}(4^2 - 2^4) + 2023$	**0,25**
	$= 3^{2023}.(16 - 16) + 2023$	**0,25**
	$= 3^{2023}.0 + 2023$	**0,25**
	$= 2023$	**0,25**
	b) **(1,0 điểm).** $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + ... + \frac{1}{64.69}$ $= \frac{1}{5}(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + ... + \frac{1}{64} - \frac{1}{69})$	**0,5**
	$= \frac{1}{5}(\frac{1}{4} - \frac{1}{69}) = \frac{13}{276}$	**0,5**
	c) **(1,0 điểm).** $Q = \left\{20 - \left[\left(700 + 2.10^2\right) : 30\right]\right\} : 5$	
	$= \left\{20 - \left[(700 + 200) : 30\right]\right\} : 5$	**0,25**
	$= \left(20 - 900 : 30\right) : 5$	**0,25**
	$= (20 - 30) : 5 = -10 : 5 = -2$	**0,5**
	2. (2 điểm)	
	2a) (1,0 điểm). Ta có $2.3^x - 2.9^2 = 4.3^4 \Rightarrow 2.3^x = 4.3^4 + 2.9^2$	**0,25**
	$\Rightarrow 2.3^x = 6.3^4$	**0,25**
	$\Rightarrow 3^x = 3^5$	**0,25**
	$\Rightarrow x = 5$. Vậy x= 5	**0,25**
	2b) (1,0 điểm).	
	x + (x + 1) + (x + 2) + …+ (x + 99) = 5450 $\Rightarrow$100x + (1 + 2+ 3+ ...+ 99) = 5450	**0,25**
	$\Rightarrow$100x + 4950 = 5450	**0,25**

	$\Rightarrow 100x = 500$	**0,25**
	$\Rightarrow x = 5$. Vậy $x = 5$.	**0,25**
Câu 2 (5.0 điểm)	**1 (1,5 điểm).**	
	Đặt $S = 4^{2021} + 4^{2020} + ... + 4^2 + 4 + 1 \Rightarrow M = 75.S + 25$	**0,25**
	Ta có $S = 4^{2021} + 4^{2020} + ... + 4^2 + 4 + 1 \Rightarrow 4S = 4^{2022} + 4^{2021} + ... + 4^3 + 4^2 + 4$	**0,25**
	$\Rightarrow 4S - S = 4^{2022} - 1 \Leftrightarrow S = \frac{4^{2022} - 1}{3}$.	**0,25**
	Do đó $M = 75.S + 25 = 75.\frac{4^{2022} - 1}{3} + 25 = 25.\left(4^{2022} - 1\right) + 25$	**0,25**
	$= 25.4^{2022} = 100.4^{2021}$	**0,25**
	$\Rightarrow M \vdots 100$	**0,25**
	2 (2,0 điểm).	
	Đặt $18x = 24y = 36z = m (\text{với } m \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow m \vdots 18; m \vdots 24; m \vdots 36$	**0,25**
	Do x, y, z nhỏ nhất khác không thỏa mãn $18x = 24y = 36z = m$ nên m cũng nhỏ nhất mà $m \vdots 18; m \vdots 24; m \vdots 36 \Rightarrow m = BCNN(18,24,36)$	**0,5**
	Ta tìm được $BCNN(18,24,36) = 72 \Rightarrow m = 72$	**0,5**
	Với $m = 72$ ta tìm được $x = 4; y = 3; z = 2$	**0,5**
	Vậy $x = 4; y = 3; z = 2$	**0,25**
	3 (1,5 điểm).	
	Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì phân số $\frac{5n+3}{3n+2}$ là phân số tối giản.	
	Gọi d = ƯCLN (5n + 3, 3n + 2)	**0,25**
	$\Rightarrow \begin{cases} 5n+3 \vdots d \\ 3n+2 \vdots d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(5n+3) \vdots d \\ 5(3n+2) \vdots d \end{cases}$	**0,5**
	$\Rightarrow 5(3n+2) - 3(5n+3) \vdots d$	**0,25**
	$\Rightarrow 1 \vdots d \Rightarrow d = 1$	**0,25**
	Vậy $\frac{5n+3}{3n+2}$ là phân số tối giản với mọi số tự nhiên n.	**0,25**
Câu 3 (2.5 điểm)	**1 (1.0 điểm).**	
	1. Bình gieo hai con xúc xắc cùng lúc 50 lần. Ở mỗi lần gieo, Bình cộng số chấm xuất hiện ở hai con xúc xắc và ghi lại kết quả như bảng sau:	

Tổng số chấm	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Số lần	**2**	**5**	**4**	**7**	**8**	**7**	**5**	**4**	**3**	**3**	**2**

Tính xác suất thực nghiệm số lần xuất hiện tổng số chấm ở hai con xúc xắc lớn hơn 6.	
Số lần Bình gieo được tổng số chấm lớn hơn 6 là:	**0,5**

	7 + 5 + 4 + 3 + 3 + 2 = 24 (lần)	
	Xác suất thực nghiệm số lần xuất hiện tổng số chấm ở hai con xúc xắc lớn hơn 6 là $24 : 50 = \frac{12}{25}$	**0,5**
	2 (1,5 điểm).	
	Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn: $x(y-1)+y=2$.	
	Ta có $x(y-1)+y=2 \Rightarrow x(y-1)+(y-1)=1 \Rightarrow (x+1)(y-1)=1$	**0,25**
	Vì x,y là số nguyên và $(x+1)(y-1)=1$ ta có bảng x+1 | 1 | -1 y-1 | 1 | -1 x | 0 | -2 y | 2 | 0	**1,0**
	Vậy các cặp số nguyên cần tìm là $(x;y) \in \{(0;2),(-2;0)\}$	**0,25**
Câu 4 (6,0 điểm)	**1a (2.0 điểm).**	
		0,5
	Vì điểm *C* nằm giữa hai điểm *A* và *B* nên ta có $AC+CB=AB \Rightarrow AC=AB-CB$	**0,75**
	Thay *AB* = 8cm, *BC* = 4,5cm ta được $AC=8-4,5=3,5$(cm)	**0,5**
	Vậy *AC* = 3,5 cm.	**0,25**
	1 b (2.0 điểm).	
	Tổng số điểm phân biệt trên đoạn thẳng AC là: $2020+3=2023$ (điểm)	**0,5**
	Cứ 2 điểm phân biệt tạo thành một đường thẳng.	**0,5**
	Chọn một điểm, điểm này tạo với 2022 điểm còn lại được 2022 đoạn thẳng. Vì có tất cả 2023 điểm nên có 2023.2022 (đoạn thẳng)	**0,5**
	Nhưng mỗi đoạn thẳng đã được tính hai lần nên số đoạn thẳng thực tế là : $\frac{2023.2022}{2}=2045253$ (đoạn thẳng).	**0,5**
	2. (2.0 điểm)	
	Khi giảm chiều rộng 5*m* và tăng chiều dài 5*m* thì chu vi không đổi. Ta có nửa chu vi lúc sau là: 132: 2 = 66 (*m*)	**0,25**

	Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài. Suy ra chiều rộng lúc sau bằng $\frac{1}{3}$ nửa chu vi.	**0,25**
	Chiều rộng khu đất đó là: $66.\frac{1}{3}+5=27$ (m)	**0,25**
	Chiều dài khu đất đó là: $66-27=39$ (m)	**0,25**
	Diện tích khu đất đó là: $27.39=1053$ (m^2)	**0,25**
	Đổi $30\%=\frac{3}{10}$ Diện tích đất làm nhà chiếm số phần là: $1-\frac{3}{10}-\frac{11}{30}=\frac{1}{3}$ (diện tích khu đất)	**0,5**
	Diện tích đất xây nhà là: $1053.\frac{1}{3}=351$ (m^2)	**0,25**
Câu 5 (1,5 điểm)	**Cho biểu thức** $C=\frac{1}{3}-\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}-\frac{4}{3^4}+.....+\frac{99}{3^{99}}-\frac{100}{3^{100}}$**. So sánh** C **với** $\frac{3}{16}$**.**	
	Ta có $3C+C=\left(1-\frac{2}{3}+\frac{3}{3^2}-\frac{4}{3^3}+.....+\frac{99}{3^{98}}-\frac{100}{3^{99}}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}-\frac{4}{3^4}+.....+\frac{99}{3^{99}}-\frac{100}{3^{100}}\right)$	**0,25**
	$\Rightarrow 4C=1-\frac{2}{3}+\frac{3}{3^2}-\frac{4}{3^3}+....+\frac{99}{3^{98}}-\frac{100}{3^{99}}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}-\frac{4}{3^4}+.....+\frac{99}{3^{99}}-\frac{100}{3^{100}}$ $=1+\left(\frac{-2}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{3^2}-\frac{2}{3^2}\right)+\left(-\frac{4}{3^3}+\frac{3}{3^3}\right)+....+\left(-\frac{100}{3^{99}}+\frac{99}{3^{99}}\right)-\frac{100}{3^{100}}$ $=(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+....-\frac{1}{3^{99}})-\frac{100}{3^{100}}$ (1)	**0,25**
	Đặt $D=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+....-\frac{1}{3^{99}}$ Ta có $3D=3.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+....-\frac{1}{3^{99}}\right)=3-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3^2}+....-\frac{1}{3^{98}}$ *Khi đó*: $3D+D=\left(3-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3^2}+....-\frac{1}{3^{98}}\right)+\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+....-\frac{1}{3^{99}}\right)$	**0,25**
	$\Rightarrow 4D=3-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3^2}+....-\frac{1}{3^{98}}+1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+....-\frac{1}{3^{99}}$ $=3+(-1+1)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^2}\right)+...+\left(-\frac{1}{3^{98}}+\frac{1}{3^{98}}\right)-\frac{1}{3^{99}}=3-\frac{1}{3^{99}}$ Suy ra $D=\frac{1}{4}.\left(3-\frac{1}{3^{99}}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4.3^{99}}$ (2)	**0,25**

	Từ (1) và(2) suy ra: $4C=\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4.3^{99}}\right)-\frac{100}{3^{100}}=\frac{3}{4}-\frac{1}{4.3^{99}}-\frac{100}{3^{100}}$ $\Rightarrow C=\frac{1}{4}.\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4.3^{99}}-\frac{100}{3^{100}}\right)=\frac{3}{16}-\frac{1}{4^2.3^{99}}-\frac{25}{3^{100}}=\frac{3}{16}-\left(\frac{1}{4^2.3^{99}}+\frac{25}{3^{100}}\right)$	**0,25**
	Ta có: $\frac{1}{4^2.3^{99}}+\frac{25}{3^{100}}>0$ nên $\frac{3}{16}-\left(\frac{1}{4^2.3^{99}}+\frac{25}{3^{100}}\right)<\frac{3}{16}$. Vậy $C<\frac{3}{16}$	**0,25**

SCHOOL