

1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{5x-6} + \sqrt{10-3x} = 2x^2 - x - 2.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 8xy^2 = 96y \\ x^2 + 32y^2 = 48 \end{cases}.$$

2. a) Cho phương trình

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Tính

$$S = x_1^2 + x_2^2.$$

b) Cho  $a, b, c, d$  là các số nguyên dương thoả mãn

$$a^2 + ab + b^2 = c^2 + cd + d^2.$$

Chứng minh  $a + b + c + d$  là hợp số.

3. Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương và có tổng bằng 1. Chứng minh

$$\frac{a-bc}{a+bc} + \frac{b-ca}{b+ca} + \frac{c-ab}{c+ab} \leq \frac{3}{2}$$

4. Cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A, C$  cố định và  $B, D$  di động. Đường phân giác của  $\widehat{BCD}$  cắt  $AB$  và  $AD$  theo thứ tự tại  $I$  và  $J$  ( $J$  nằm giữa  $A$  và  $D$ ). Gọi  $M$  là giao điểm khác  $A$  của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABD$  và  $AIJ$ .  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AIJ$ .

a) Chứng minh rằng  $O$  là phân giác  $\widehat{IAJ}$ .

b) Chứng minh rằng 4 điểm  $A, B, D, O$  cùng thuộc một đường tròn.

c) Tìm đường tròn cố định luôn đi qua  $M$  khi  $B, D$  di động.

5. Chứng minh rằng trong 39 số tự nhiên liên tiếp bất kỳ luôn tồn tại ít nhất một số có tổng các chữ số chia hết cho 11.