

[Đáp Án] Đề Thi Tuyển Sinh Lớp 10 THPT Chuyên Tỉnh Thái Bình  
2019-2020 (Chuyên Toán)

---

1. Cho các số thực  $a, b$  khác 0 thỏa mãn  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ .

a) Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{(a^2 - b^2)^2}{a^4 b^4} + \frac{4}{ab}.$$

b) Chứng minh rằng

$$(a + b - 2)^3 - (a - 1)^3 - (b - 1)^3 - 3(a + b) + 6 = 0.$$

2. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-1} = 3x - 3\sqrt{(x+2)(x-1)}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y + 2\sqrt{x^2 + y} & = 4x + 3 \\ (x - 3)\sqrt{y + 4} + (y - 4)\sqrt{x - 1} + 2 & = 0 \end{cases}$$

3. Cho hình vuông  $ABCD$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Trên cung nhỏ  $AD$  lấy điểm  $E$  bất kì ( $E$  không trùng với  $A$  và  $D$ ). Tia  $EB$  cắt các đường thẳng  $AD, AC$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Tia  $EC$  cắt các đường thẳng  $DA, DB$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Hai đường thẳng  $AN, DK$  cắt nhau tại  $P$ .

a) Chứng minh tứ giác  $EPND$  nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh  $\angle EKM = \angle DKM$ .

c) Khi  $M$  là trung điểm của  $AD$ , tính độ dài đoạn thẳng  $AE$  theo  $R$ .

4. Tìm các nghiệm nguyên  $(x; y)$  của phương trình

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2020}.$$

5. a) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $0 < a, b, c < \frac{1}{2}$  và  $2a + 3b + 4c = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{a(3b + 4c - 2)} + \frac{9}{b(4a + 8c - 3)} + \frac{8}{c(2a + 3b - 1)}.$$

- b) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm  $M(a; b)$  được gọi là điểm nguyên nếu cả  $a$  và  $b$  đều là số nguyên. Chứng minh rằng tồn tại điểm  $I$  trong mặt phẳng tọa độ và 2019 số thực dương  $R_1, R_2, \dots, R_{2019}$  sao cho có đúng  $k$  điểm nguyên nằm trong đường tròn  $(I; R_k)$  với mọi  $k$  là số nguyên dương không vượt quá 2019.