

1. Cho  $x \geq 0, x \neq 1$  và các biểu thức

$$A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}, \quad B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1}.$$

- Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 2$ .
  - Rút gọn biểu thức  $B$ .
  - Tìm  $x$  sao cho  $C = -A \cdot B$  nhận giá trị là số nguyên.
2. a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $150m^2$ . Biết rằng, chiều dài mảnh vườn hơn chiều rộng mảnh vườn là  $5m$ . Tính chiều rộng mảnh vườn.
- b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

3. Cho hàm số  $y = (m - 4)x + m + 4$  ( $m$  là tham số).

- Tìm  $m$  để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$  thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt Parabol  $(P) : y = x^2$  tại hai điểm phân biệt. Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các giao điểm, tìm  $m$  sao cho

$$x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18.$$

- Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $(d)$ . Chứng minh khoảng cách từ điểm  $O(0; 0)$  đến  $(d)$  không lớn hơn  $\sqrt{65}$ .
4. Cho đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Kẻ dây cung  $CD$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$  ( $H$  nằm giữa  $A$  và  $O, H$  khác  $A$  và  $O$ ). Lấy điểm  $G$  thuộc  $CH$  ( $G$  khác  $C$  và  $H$ ), tia  $AG$  cắt đường tròn tại  $E$  khác  $A$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $BEGH$  là tứ giác nội tiếp.
- b) Gọi  $K$  là giao điểm của hai đường thẳng  $BE$  và  $CD$ . Chứng minh  $KC \cdot KD = KE \cdot KB$ .
- c) Đoạn thẳng  $AK$  cắt đường tròn  $O$  tại  $F$  khác  $A$ . Chứng minh  $G$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $HEF$ .
- d) Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  và  $B$  lên đường thẳng  $EF$ . Chứng minh  $HE + HF = MN$ .
5. Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $a + b + c + ab + bc + ac = 6$ . Chứng minh rằng

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq 3.$$